

Eindopdracht: Kettingbreuken

Het doel van deze opdracht is om in Magma kettingbreuken te bepalen, en daarvan in LaTeX verslag te doen.

Elk reëel getal x is op een (vrijwel unieke) manier te schrijven als een *reguliere kettingbreuk*. Zo'n kettingbreuk is eindig dan en slechts dan als x een rationaal getal is.

De **eerste stap** van deze opdracht bestaat er uit om een goede definitie van de reguliere kettingbreuk te vinden (bijvoorbeeld in het boek van het vak Getallen).

Voor de **tweede stap** moet je in Magma een functie schrijven die voor een gegeven reëel getal de kettingbreukontwikkeling geeft. Omdat Magma natuurlijk slechts met eindige benaderingen kan werken, zul je beslissingen moeten nemen die met de precisie van input en output te maken hebben. Het verdient aanbeveling ervoor te zorgen dat voor rationale getallen in ieder geval de complete kettingbreuk wordt weergegeven. Een extra functie die in de volgende stap van pas kan komen, voegt aan een eindige kettingbreuk het rationale getal toe dat deze voorstelt.

Voor de **derde stap** moet je experimenten verrichten met je functie in Magma zoals beschreven in de vorige stap. Hierbij kun je denken aan:

- Vergelijk jouw functie met de ingebouwde functie `ContinuedFraction` van Magma.
- In hoeverre is de kettingbreuk van een getal uniek?
- Bekijk de rij van *convergenten*, dat zijn de rationale getallen die je krijgt door de kettingbreuk na 1, 2, 3 stappen (enzovoorts) af te breken. Bekijk bijvoorbeeld de convergenten van de kettingbreuk met allemaal enen. Of zie hoe goed de k -de convergent je reële getal benadert.
- Wat voor speciaals gebeurt er met kettingbreuken van \sqrt{d} , voor d geheel? Kun je iets over de lengte van de periode zeggen? Zie je families van kettingbreuken die op elkaar lijken?
- Kijk naar de kettingbreuk voor e , of π of $\ln 3$.

De **vierde stap** bestaat uit het schrijven van een verslag in LaTeX. Je beschrijft elk van de bovenstaande stappen, geeft de gebruikte definitie en de Magma-code die je hebt geschreven en gebruikt, en behandelt enkele experimenten die je hebt gedaan.

De **vijfde stap** bestaat er uit dat je de LaTeX-file per e-mail bij mij inlevert, en een afdruk van de gegenereerde .pdf-file in mijn postvakje deponeert. Zorg ervoor dat je naam en studentnummer in de tekst voorkomen!

Samenwerken wordt aangemoedigd in de zin dat overleggen over het te schrijven programma en experimenten wordt gewaardeerd. Uiteindelijk dient iedereen echter een persoonlijk verslag in te leveren, en ik verwacht ook dat dit zich op enkele punten duidelijk onderscheidt van alle andere verslagen: in ieder geval wat betreft de gekozen bewoordingen, maar ook met betrekking tot een experiment, conclusie, programma, voorbeeld of iets dergelijks.

Indien de vijfde stap voor **15 februari 2009** is gezet en het resultaat aan elementaire kwaliteitseisen voldoet, bestaat de **zesde stap** uit het uitreiken door mij van het predicaat *voldaan* op de tentamenlijst.

Wieb Bosma, `bosma@math.ru.nl`.