Opgaven Symmetrie - Week 50

Opgave AC10.

We beschouwen in S_6 de elementen x, y, z die in cykel-notatie gegeven worden door

$$x = (1\,2\,3), \qquad y = (4\,5\,6), \qquad z = (1\,4)(2\,5\,3\,6)$$

Zij G de ondergroep van S_6 voortgebracht door x, y, z. We weten van week 45, 46 en 49 dat de groep G de volgende eigenschappen heeft:

1. Er geldt $xy = yx$, $zx = yz$ en $zy = x^2z$.
2. Elk element is te schrijven als $x^a y^b z^c$, hiermee heeft de group 36 elementen.
3. G_{ab} is cyclisch van orde 4.
4. G heeft 6 conjugatie-klassen.
5. Het homomorfisme $\rho : G \to \mathrm{GL}_4(\mathbb{C})$ met

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} \omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \end{pmatrix}, \qquad \rho(z) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   is een (irreducibele) representatie.

i. Laat zien dat er een uniek homomorfisme $\phi : G \to G$ bestaat met de eigenschap dat $\phi(x) = xy$ en $\phi(z) = z$.

ii. Bepaal de karaktertabel van G.

Opgaven CO

i. Laat G een eindige groep met karakter tabel $\mathcal{X}(G)$. Zij C_2 de cyclische groep van orde 2. Bepaal de karakter tabel $\mathcal{X}(G \times C_2)$ van $G \times C_2$.

ii. Bepaal de karaktertabellen van $\mathcal{T}$ en $\mathcal{T}_h$.

Opgaven 10.2

Bepaal de karaktertabel van A_5.