

Wiskundig onderzoek en de maatschappij: een case study

Gebaseerd op de wiskundige ontwikkelingen achter het
NS-spoorboekje.

Corine Baayen, Margo Ermens, Gerjan Hebbink, Sara Houweling, Marleen Kock

6 juli 2010

Inhoudsopgave

1	Inleiding	3
2	De modellen	5
2.1	Het lineaire model	5
2.1.1	Vannevar Bush	5
2.1.2	Het model	5
2.1.3	Ontwikkeling lineair model	7
2.2	Het Kwadrant Model van Stokes	8
3	De wiskunde achter de dienstregeling	12
3.1	De eisen	12
3.2	Van eisen naar grafen	13
3.3	Van k naar t	13
3.4	Hoe vinden we k ?	14
4	Geschiedenis van optimalisatie binnen de grafentheorie	16
4.1	Tot 1960	16
4.1.1	Inleiding	16
4.1.2	Het takenprobleem	17
4.1.3	Het transportprobleem	17
4.1.4	Mengers Stelling	17
4.1.5	Het maximale stroom probleem	17
4.1.6	Kleinste opspannende boom	18
4.1.7	Het kortste pad probleem	18
4.1.8	Het handelsreizigers probleem	18
4.2	Op dit moment	19
4.2.1	‘Goede’ algoritmes	19
4.2.2	Algoritmes en vermoedens	19
4.2.3	Benaderbare oplossingen	20
4.3	Tussenconclusie	20
5	De modellen en het spoorboekje	22
5.1	Het lineaire model en het spoorboekje	22
5.2	Model van Stokes en het spoorboekje	23
6	Onderzoeksfinanciering	24
7	Een verbeterd model	27

8 Slot	33
A Interview Lex Schrijver	35
B Interview Leo Kroon	39

Hoofdstuk 1

Inleiding

‘Vooraf eisen dat wetenschap nut heeft, is belachelijk’, schreef de NRC op 22 maart 2010. Steeds vaker dook dit jaar het onderwerp ‘wetenschappelijk nut’ op in kranten. Een van de vragen die opkwamen was: ‘moet een wetenschappelijk project een duidelijk nut hebben voordat het gefinancierd moet worden?’ Hoe wij als maatschappij met wetenschappelijk onderzoek om moeten gaan is een kwestie die al lang speelt. Tijdens de Tweede Wereldoorlog heeft de wetenschap zijn nut bewezen, zij het in de gruwelijke vorm van de atoombom. Tegen het eind van de oorlog vroeg president Roosevelt daarom ook aan de Amerikaanse wetenschapper Vannevar Bush om advies hoe hij met wetenschap om moest gaan, op het gebied van financiering en scholing van jongeren. Bush introduceerde ideeën die uiteindelijk tot het veel gebruikte, maar ook omstreden lineaire model hebben geleid. Hij definieerde twee belangrijke begrippen: *fundamentele wetenschap* en *toegepaste wetenschap*. Met fundamentele wetenschap bedoelde hij wetenschap die niet op toepassing is gericht, maar als doel heeft een dieper begrip te krijgen van de fundamentele van de wetenschap. Toegepaste wetenschap is juist gericht op het creëren of verbeteren van een toepassing in de maatschappij. Bush stelde dat fundamentele wetenschap de basis is van alle andere wetenschap en dus ook van toepassingen.

Een tijd later, eind 20^e eeuw, schreef Donald E. Stokes een boek over de problemen van het lineaire model en over de vraag hoe er wel met wetenschap moet worden omgegaan in de maatschappij. De Tweede Wereldoorlog was al enige tijd geleden en ook de Koude Oorlog was afgelopen, dus volgens Stokes was het tijd voor een nieuwe kijk op de situatie. Hij was van mening dat fundamentele wetenschap en toegepaste wetenschap goed samengaan. Fundamenteel onderzoek is volgens Stokes wel van groot belang en hij vindt het belangrijk dat het nut hiervan ook bekend is bij de maatschappij.

Toch is de relatie tussen wetenschap en maatschappij nu weer onrustig. Soms wordt er gevraagd of fundamentele wetenschap wel zoveel nut heeft. Nederland bijvoorbeeld, investeert vergeleken met andere landen naar verhouding droevend weinig in fundamenteel onderzoek en zelfs weinig in toepassings gericht onderzoek. Is het tijd voor een nieuw model?

In dit verslag bespreken we het lineaire model en het model van Stokes wat betreft wiskundig onderzoek. Aan de hand van de wiskunde achter het NS spoorboekje van 2007 gaan we na wat de goede en slechte punten zijn van beide

modellen. Uit deze wiskunde is het algoritme CADANS ontwikkeld. Na een beschrijving van het lineaire model en het model van Stokes, geven we allereerst een schets van de wiskunde achter het spoorboekje. Vervolgens geven we een beknopte geschiedenis van de combinatoriek, de wiskunde die ten grondslag ligt aan de wiskunde achter het spoorboekje. Vervolgens bespreken we hoe het NS project binnen de modellen past. Daarna beschrijven we de huidige financiële situatie binnen de wetenschap binnen de wiskunde. Uiteindelijk geven we een schets van een verbeterd model voor de relatie tussen wetenschap en technologische ontwikkeling.

Om meer duidelijkheid te krijgen over de wiskunde achter het NS spoorboekje en de motivatie van de NS en de betrokken wetenschappers voor dit project, hebben we enkele interviews gehouden. Allereerst hebben we professor Lex Schrijver gesproken. Schrijver heeft baanbrekend onderzoek verricht op het gebied van combinatoriek en algoritmie. Hij heeft ook samen met Adri Steenbeek een wiskundig algoritme voor de dienstregeling van de NS bedacht. Dit algoritme heeft uiteindelijk geleid tot het verbeterde spoorboekje. Vervolgens hebben we Leo Kroon geïnterviewd. Leo Kroon is werkzaam bij NS Reizigers op het gebied van logistiek en innovatie en tevens hoogleraar aan de Erasmus Universiteit in Rotterdam. Als laatste hebben we professor Klaas Landsman geïnterviewd over de huidige financiële situatie wat betreft wiskundig onderzoek. We willen hen bedanken voor hun bijdrage.

Hoofdstuk 2

De modellen

2.1 Het lineaire model

Het lineaire model heeft de afgelopen eeuw een grote rol gespeeld in het verklaren van de rol van wetenschap in innovaties en socio-economische effecten van wetenschap. Lange tijd was dit het standaardmodel voor beleidsmakers en bedrijfskundigen. De bron van dit model is onduidelijk, het is namelijk nooit gedocumenteerd. Vaak wordt erover gesproken zonder een bronvermelding. Als er wel een naam wordt genoemd, is dat meestal die van Vannevar Bush en zijn rapport 'Science The Endless Frontier' [1].

2.1.1 Vannevar Bush

Vannevar Bush was een Amerikaanse wetenschapper. Hij was de voorzitter van 'The Office of Scientific Research and Development' en werd tegen het einde van de Tweede Wereldoorlog door de Amerikaanse president Franklin D. Roosevelt gevraagd met een rapport te komen over hoe de overheid de wetenschap het beste kan ondersteunen. Letterlijk waren twee van Roosevelt's vragen:

- *What can the Government do now and in the future to aid research activities by public and private organizations?*
- *Can an effective program be proposed for discovering and developing scientific talent in American youth so that the continuing future of scientific research in this country may be assured on a level comparable to what has been done during the war?*

In het rapport komt Bush met een aantal standpunten over wat er volgens hem moet gebeuren om wetenschappelijke vooruitgang te bewerkstelligen. Hij is ervan overtuigd dat de wetenschap van groot belang is voor de vooruitgang van Amerika. Zijn woorden zijn: *'But without scientific progress no amount of achievement in other directions can insure our health, prosperity, and security as a nation in the modern world.'*

2.1.2 Het model

Bush onderscheidt in het genoemde rapport twee soorten wetenschap: *Fundamentele wetenschap* (basic science) en *toegepaste wetenschap* (applied science).

Hij definieert fundamentele wetenschap als de wetenschap die beoefend wordt zonder het idee van een maatschappelijke toepassing. Het resultaat ervan is pure kennis, en meer inzicht in de natuur en zijn wetten. Als deze kennis toegepast wordt, zijn mogelijk een hoop belangrijke problemen op te lossen, maar met deze kennis alleen kan je misschien geen enkel probleem oplossen. Kortom, maatschappelijke problemen oplossen is niet het doel van een fundamentele wetenschapper.

Fundamenteel onderzoek wordt voornamelijk gedaan op universiteiten en instituten. Het probleem rond 1945 is, dat deze in hoge mate afhankelijk zijn van giften. Bush adviseert om meer geld beschikbaar te stellen voor fundamenteel onderzoek. Universiteiten en onderzoeksinstituten zijn de ideale omgeving om nieuwe ontdekkingen te doen. De wetenschappers daar staan het minst onder druk om met resultaten te komen en worden evenmin gehinderd door commerciële doelstellingen. Bush waarschuwt dat als er te weinig aandacht aan fundamentele wetenschap wordt besteed, dit op den duur zal zorgen voor een stagnatie van de technologische groei. *'Basic scientific research is scientific capital.'*

Er is rond 1945 al vele malen meer geld beschikbaar voor onderzoek naar toepassingen van bestaande wetenschap, dan voor fundamentele wetenschap. Niet alleen vanuit de overheid, maar ook vanuit het bedrijfsleven. Bush onderschat het belang van deze toegepaste wetenschap niet. Hij adviseert dat de geldstromen vanuit de overheid intact blijven. Hij merkt wel op, dat het onwaarschijnlijk is dat er bij wetenschappelijk onderzoek van een bedrijf fundamenteel nieuwe ontdekkingen worden gedaan. Daarvoor is de commerciële druk op de wetenschappers te hoog.

Bush geeft een aantal voorbeelden waarom fundamentele wetenschap zo belangrijk is:

- Voor volledige werkgelegenheid is het belangrijk dat er veel nieuwe bedrijven komen. Deze bedrijven moeten voortkomen uit nieuwe principes en concepten, welke zijn voortgevloeid uit fundamenteel onderzoek. Daarom is fundamenteel onderzoek belangrijk voor de werkgelegenheid.
- Veel technologische doorbraken zijn per toeval tot stand gekomen. Wetenschappers hadden heel andere doelen met hun onderzoek. Elke grote ontdekking steunt voor een deel op inspanningen van fundamentele wetenschappers. Aan de andere kant is niet te voorspellen wat de waarde is van een doorbraak op fundamenteel wetenschappelijk niveau.
- Fundamentele wetenschap leidt tot nieuw wetenschappelijk kapitaal. Het vormt de basis waaruit toepassingen kunnen worden ontwikkeld.
- *'A nation which depends upon others for its new basic scientific knowledge will be slow in its industrial progress and weak in its competitive position in world trade, regardless of its mechanical skill.'*

Merk op dat Bush het nergens in zijn rapport over een model heeft. Het is dus niet zo dat het lineaire model door hem bedacht is. Wel beschrijft

hij een relatie tussen fundamentele wetenschap en toegepaste wetenschap. Deze relatie vind je ook terug in het lineaire model. Fundamentele wetenschap staat altijd aan de basis van toegepaste wetenschap. Verder heeft Bush het alleen over natuurwetenschappen, inclusief geneeskunde en biologie. Hij heeft het dus niet expliciet over wiskunde.

2.1.3 Ontwikkeling lineair model

Een ander relevant wetenschappelijk artikel over het lineaire model en de ontwikkeling hiervan is dat van Benoît Godin [2]. Er zijn volgens Godin drie stappen te onderscheiden in de ontwikkeling van het lineaire model:

1. Begin 20^e eeuw tot circa 1945 begonnen mensen in te zien dat er een verband is tussen fundamentele en toegepaste wetenschap. Bush bereedeneerde ook volgens dit idee. Je krijgt dan het volgende model:

fundamenteel onderzoek → toegepast onderzoek

2. Van 1934 tot 1960 kwam hier een derde term bij, namelijk ontwikkeling. Het model werd:

fundamenteel onderzoek → toegepast onderzoek → ontwikkeling

3. Vanaf 1950 kwam er ook een niet-R&D onderwerp bij, namelijk productie en verspreiding. Deze toevoeging valt toe te schrijven aan bedrijfskundigen en economen. Het model werd:

fundamenteel onderzoek → toegepast onderzoek → ontwikkeling → productie en verspreiding

Zoals je aan het model ziet, staat fundamentele wetenschap steeds aan de basis. Vanuit fundamentele wetenschap kan toegepaste wetenschap ontstaan en van daaruit volgt dan ontwikkeling van nieuwe producten en technologieën. Uiteindelijk moet een nieuw product natuurlijk geproduceerd en verspreid worden. Belangrijk aan het model is, dat onderzoek niet tegelijkertijd fundamenteel en toegepast kan zijn. Op dit punt is echter veel kritiek.

Lange tijd is het lineair model hét standaardmodel in de OECD landen geweest en fungeerde het simpelweg als een ‘sociaal feit’. Godin meent dat het lineaire model weinig overeenkomsten heeft met de ideeën van Bush, en dat het met name door ondernemers, consultants en bedrijfskundigen is bedacht, ontwikkeld en in stand gehouden. In Godin’s woorden:

One would be hard pressed, however, to find anything but a rudiment of this [the linear model] in Bush’s manifesto. Bush talked about casual links between science (namely basic research) and socio-economic progress, but nowhere did he develop a full-length argument based on a sequential process broken down into its elements, or that suggested a mechanism whereby science translates into

socio-economic benefits. Volgens Godin is het model, ondanks veel kritiek, zo lang in stand gehouden door de bestaande statistieken. Er waren statistische gegevens die het model ondersteunden en dat hadden nieuwe modellen uiteraard nog niet. Bovendien was het een krachtig model en een goed argument om de wetenschapssubsidies te verantwoorden. Daarom bleven veel beleidsmakers aan het lineaire model vasthouden.

2.2 Het Kwadrant Model van Stokes

Eind 20^e eeuw uitte Donald E. Stokes zijn kritiek op het lineaire model in de vorm van een boek *Pasteurs Quadrant* [3][p. 18]. In zijn boek levert hij commentaar op het lineaire model en uiteindelijk komt hij met een eigen model: het kwadrant model. Hieronder zullen we de belangrijkste argumenten van Stokes tegen het lineaire model geven, alsmede een schets van het kwadrant model en de visie van Stokes op hoe we nu verder moeten wat betreft de omgang met wetenschap.

Donald E. Stokes

Donald E. Stokes (1928-1997) was professor in politiek en publieke zaken aan de Universiteit van Princeton in New Jersey. Hij was van mening dat er een nieuwe kijk nodig is op de relatie tussen fundamenteel en toegepast onderzoek en technologische vooruitgang. Dit vond hij onder andere doordat we in een nieuwe tijd leven. Het lineaire model stamt uit de tijd net na de Tweede Wereldoorlog, toen men wetenschap nog op een andere manier nodig had. Het heeft ook zijn dienst gedaan tijdens de koude oorlog, bijvoorbeeld bij de ontwikkeling van het Spoetnik-programma. Maar nu beide oorlogen voorbij zijn en het lineaire model zelfs tijdens de koude oorlog niet toerijkend leek te zijn, is het tijd om eens opnieuw na te denken over de rol van wetenschap in onze samenleving. In Stokes eigen woorden: *“We need a more realistic view of the relationship between basic science and technological innovation to frame science and technology policies for a new century”* [3][p. 2].

De argumenten van Stokes tegen het lineaire model

De belangrijkste drie argumenten van Stokes tegen het lineaire model zijn:

- Het lineaire model geeft een te simpel beeld van de relatie tussen wetenschap en technologie. Er zijn meerdere, zo niet andere stromen mogelijk. *“The least important (question) is whether the neatly linear model gives to simple an account of the flows from science to technology.”*[3][p. 18]
- Er zijn meerdere bronnen voor technologische vernieuwing dan fundamenteel onderzoek. *“One of these (misconceptions) is the assumption that most or all technological innovation is ultimately rooted in science.”*[3][p. 19]
- Het lineaire model zou niet één richting op moeten gaan. Fundamentele wetenschap kan ook uit een toepassing ontstaan. *“But the deepest flaw ... is the premise that such flows as there may be between science and technology are uniformly one way.”*[3][p. 20]

Stokes onderbouwt elk van zijn argumenten met voorbeelden.

Het eerste argument: *Het lineaire model geeft een te simpel beeld van de relatie tussen wetenschap en technologie.*

Zoals Stokes in zijn boek zegt is er volgens veel mensen geen duidelijke scheiding tussen fundamenteel en toegepast onderzoek. Er is naast ‘puur’ fundamenteel onderzoek, dat alleen gericht is op beter fundamenteel begrip binnen een bepaald vakgebied, ook fundamenteel onderzoek waarvan gehoopt wordt dat het leidt tot toepassingen, maar daar niet op gericht is. Daarnaast is er ook toegepast onderzoek dat gericht is op meer fundamenteel begrip. Oftewel, als reactie op het idee van Bush dat *“Applied research invariably drives out pure”*[3][p. 9], zegt Stokes dat het wel degelijk mogelijk is om fundamentele en toegepaste wetenschap tegelijk uit te voeren. Een voorbeeld hiervan is het werk van Louis Pasteur.

Louis Pasteur (1822-1895) was een Frans scheikundige en bioloog, vooral bekend vanwege de naar hem vernoemde pasteurisatietechniek en door zijn ontdekking van het vaccin tegen hondsdolheid. Naast deze twee toepassingen heeft hij theorieën ontwikkeld op het gebied van de microbiologie, zoals het idee dat de oorzaak van veel ziekten een minuscule levend wezen is, een ‘micro-organisme’. Pasteur was zeer geïnteresseerd in het begrijpen van de micro-biologische processen die hij ontdekte en is daarom een fundamentele wetenschapper, maar daarnaast wilde hij de effecten van deze processen op producten, mensen en dieren kunnen beheersen. In deze zin was hij een toegepast onderzoeker. In Louis Pasteurs werk werden dus beide typen onderzoek gecombineerd en beide hebben indrukwekkende resultaten geleverd. Het lijkt er dus op dat beide soorten onderzoek toch goed samen gaan.

Een model waarin dit wél mogelijk is, is het door Stokes voorgestelde kwadrant model:

		Considerations about the use!	
		no	yes
Search for fundamental understanding?	yes	Pure basic research (Bohr)	Use-inspired basic research (Pasteur)
	no		Pure applied research (Edison)

In het kwadrant linksboven kan fundamenteel onderzoek worden geplaatst, in het kwadrant rechtsonder toegepast onderzoek en rechtsboven kan een combinatie van fundamenteel en toegepast onderzoek worden geplaatst. Deze drie kwadranten zou je eventueel ook lineair kunnen representeren, waarbij fundamentele wetenschap links staat, toegepaste wetenschap rechts en een combinatie ervan in het midden. Echter, het vak linksonder is volgens Stokes, ondanks zijn plaatje, niet leeg, wat het model essentieel verschillend maakt van het lin-

aire model. Dit kwadrant representeert namelijk de wetenschap die noch door toepassingen is geïnspireerd, noch door een zoektocht naar fundamenteel begrip. Het gaat om wetenschap die systematisch bepaalde fenomenen onderzoekt zonder op zoek te zijn naar verhelderende eigenschappen, of naar een echte toepassing. Een voorbeeld hiervan is het systematisch onderzoek doen naar de kleuren en tekeningen van vogelsoorten in Noord-Amerika. Het belangrijkste aan dit model is echter dat fundamentele en toegepaste wetenschap hier niet meer tegenover elkaar staan.

Het tweede argument: *Er zijn meerdere bronnen voor technologische vernieuwing dan fundamenteel onderzoek.*

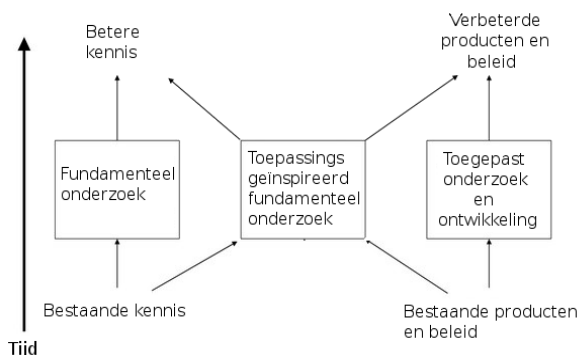
Gedurende het grootste deel van de menselijke geschiedenis zijn praktische zaken verbeterd en geperfectioneerd door mensen die geen verstand hadden van wetenschap. Een voorbeeld hiervan is de Japanse markt in bijvoorbeeld auto's en electronica. Zij hebben hierin een vooraanstaande positie minder vanwege de wetenschap, maar juist door het bedenken van betere producten en het verbeteren van bestaande producten door kleine, snelle veranderingen in het ontwerp- en vervaardigingsproces die werden geïnspireerd door de reacties van klanten en het kostenbeleid.

Het derde argument: *Het lineaire model zou niet één richting op moeten zijn.*

Er is volgens Stokes ook een duidelijke stroom de andere kant op, van technologie naar fundamentele wetenschap. Er zijn veel voorbeelden van wetenschappers die succesvolle technologie modelleerden, maar weinig tot niets deden om deze technologie zelf te verbeteren. Één hiervan is Johannes Kepler, die geholpen heeft met het uitvinden van delen van de calculus door de dimensies van wijnvaten te bestuderen. Tijdens zijn studie heeft hij geen ideeën kunnen leveren voor de verbetering van het al optimale design van de wijnvaten.

Een suggestie voor een beter model

Een verbeterd model waarin deze drie argumenten naar voren komen is een model van Harvey Brooks. Harvey Brooks (1915-2004) was professor in technologie en publieke omgang en professor in toegepaste fysica. Hij bedacht het volgende model voor de relatie tussen wetenschap en technologische vooruitgang:



Toch is dit model volgens Stokes nog steeds niet compleet, “*This image of dual trajectories of knowledge leaves a good deal out of account*”[3][p. 88]. Er mist bijvoorbeeld nog een duidelijk, rechtstreeks verband tussen technologie en fundamentele wetenschap. Nieuwe onderzoekstechnieken spelen zo nu en dan een rol in het creëren van technologie en het bestaan van commerciële methoden kunnen van nut zijn voor fundamenteel wetenschappelijk onderzoek.

Hoe komen we tot een goede verhouding tussen overheid en wetenschap?

“A shared recognition of use inspired basic research can help strengthen the bridge between science and government”[3][p. 104]

Volgens Stokes is de beste manier om de relatie tussen wetenschap en overheid te verbeteren niet de belofte dat fundamentele wetenschap uiteindelijk zal leiden tot technologie, maar het creëren van een breder bewustzijn van hoezeer de moderne wetenschap is geïnspireerd door sociale behoefte.

Een probleem is nu, hoe het wetenschappelijke en het sociale belang van een onderzoek kan worden beoordeeld. Voor begrip van het sociale belang is vaak weinig voorkennis nodig, voor begrip van het wetenschappelijk belang zijn echter vaak professionele mensen nodig die genoeg achtergrondkennis hebben van het betreffende vakgebied. Het is daarom volgens Stokes van belang dat de regering zorgt voor goed onderhouden instituten die onderzoeken hoe sterk bepaalde wetenschappelijke gebieden invloed kunnen hebben op nationale behoeftes. Het is hierbij zeer belangrijk dat niet alleen het sociale belang, maar ook het wetenschappelijk belang wordt gepromoot[3][p. 151]. Want, in Stokes eigen woorden: “*It is in the national interest to pursue both goals with vigor and in a balanced way*”[3][p. 125].

Hoofdstuk 3

De wiskunde achter de dienstregeling

Om zelf een mening te vormen over de ideeën van Bush en Stokes wat wiskundig onderzoek betreft, zullen we nu de ontwikkelingen binnen de wiskunde achter het spoorboekje van de NS bekijken. Allereerst geven we een korte uitleg van de wiskunde die gebruikt is voor het huidige spoorboekje.

3.1 De eisen

Het huidige spoorboekje van de NS is gebaseerd op het Basis Uur Patroon (BUP). Dit wil zeggen dat de dienstregeling zich ieder uur herhaalt. De dienstregeling wordt weergegeven in een graaf, waarin allerlei eisen worden verwerkt. In deze graaf kun je de aankomst- en vertrektijden van alle treinen op alle stations zetten. Omdat de dienstregeling zich ieder uur herhaalt, is het echter al voldoende om de dienstregeling van één uur weer te geven. Je kunt alle aankomst- en vertrektijden dus modulo 60 nemen.

We zullen de tijd waarop trein T uit station a vertrekt vanaf nu noteren als $x_{T,a,V}$ en de tijd waarop hij aankomt in station b als $x_{T,b,A}$.

Deze eisen waaraan de graaf moet voldoen zijn het gevolg van:

- **Rijtijden:** Een trein T heeft een bepaalde tijd nodig om van station a naar station b te komen. Vanzelfsprekend kan een trein niet te snel rijden, maar je wil ook niet dat hij er te lang over doet. Als je de minimum rijtijd noteert als r_{min} en de maximum rijtijd als r_{max} kun je deze eisen beschrijven als

$$x_{T,b,A} - x_{T,a,V} \in [r_{min}, r_{max}]$$

- **Stoptijden:** Aangezien je in het algemeen niet wilt dat een trein een kwartier op een station stopt, maar je reizigers ook de tijd wil geven om in en uit te stappen, zijn er een minimum s_{min} en een maximum s_{max} voor de stoptijden van de trein. Dit is te noteren als

$$x_{T,b,V} - x_{T,b,A} \in [s_{min}, s_{max}].$$

- **Overstaptijden:** Om de overstapmogelijkheden te creëren, moeten ook de aankomst- en vertrektijden van verschillende treinen op elkaar worden afgestemd. Zo kun je eisen dat in station a trein T_2 minimaal ov_{min} en maximaal ov_{max} minuten na de aankomst van trein T_1 vertrekt. Deze eis noteren we als

$$x_{T_2,a,V} - x_{T_1,a,A} \in [ov_{min}, ov_{max}].$$

- **Opvolgtijden:** Om te voorkomen dat er twee treinen tegelijk op hetzelfde spoor rijden en om eventuele kleine vertragingen op te vangen zijn er ook restricties aan de opvolgtijden van twee treinen die op hetzelfde traject rijden. Als trein T_1 en trein T_2 vertrekken vanuit station a en een minimale afstand van op minuten moeten hebben, kun je dit noteren als

$$x_{T_1,a,V} - x_{T_2,a,V} \in [op, 60 - op].$$

3.2 Van eisen naar grafen

Al deze eisen zijn weer te geven als een gewogen gerichte graaf (V, A) . Punten in V staan voor de aankomst of het vertrek van een trein op een bepaald station (binnen een uur). Voor A geldt: $(u, v) \in A \Leftrightarrow u$ en v zijn gebonden door een van de bovengenoemde eisen \Leftrightarrow er is een interval $[r_{min}, r_{max}]$, $[s_{min}, s_{max}]$, $[ov_{min}, ov_{max}]$ of $[op, 60 - op]$ zodat het verschil tussen de tijd behorende bij v en de tijd behorende bij u in dat interval ligt. In het algemeen kunnen we al deze intervallen weergeven als $[l_a, u_a]$. Het doel is nu om een functie $t : V \rightarrow \{0, \dots, 59\}$ te vinden zodat voor elke pijl $a = (u, v) \in A$

$$t(v) - t(u) \in [l_a, u_a](\text{mod}60).$$

De functie t geeft dus bij een vertrek van een trein T in station a de bijbehorende vertrektijd $x_{T,a,V}$. Hetzelfde geldt voor aankomsttijden.

Omdat het aantal mogelijkheden voor zo'n functie t te groot is om ze allemaal na te gaan, wordt er een omweg gemaakt. Om te beginnen wordt van het 'modulo 60-model' afgestapt. Als we namelijk een functie t hebben die voldoet, dan is er een functie $k : A \rightarrow \mathbb{Z}$ zodanig dat

$$t(v) - t(u) \in [l_a + 60k(a), u_a + 60k(a)] \quad (3.1)$$

voor elke pijl $a = (u, v)$. Omgedraaid is het voor een gegeven functie k snel vast te stellen of er een functie t bestaat die aan (3.1) voldoet.

3.3 Van k naar t

Om te kijken of er bij een gegeven functie k een functie t bestaat die voldoet aan (3.1), gebruiken we een aanpassing van het Bellman-Ford kortste pad algoritme: Zet eerst $t(v) = 0$ voor elk punt v en doe dan het volgende:

Voor elke $a = (u, v)$ met $t(v) - t(u) \notin [l_a + 60k(a), u_a + 60k(a)]$:

- als $t(v) - t(u) < l_a + 60k(a)$, verhoog $t(v)$ tot $t(v) := t(u) + l_a + 60k(a)$
- als $t(v) - t(u) > u_a + 60k(a)$, verhoog $t(u)$ tot $t(u) := t(u) - u_a - 60k(a)$

$$(3.2)$$

Dit herhaal je $|V|$ keer. Voor een gekozen k vergt het algoritme dus $|V| \cdot |A|$ stappen, wat met een computer snel uit te rekenen is. Als t hierna aan (3.1) voldoet heb je een oplossing gevonden. Als t niet voldoet, kun je bewijzen dat er voor de gegeven k geen t bestaat die aan (3.1) voldoet. Dit is op de volgende manier in te zien:

Stel dat er een oplossing t is die aan (3.1) voldoet. Dan is er ook een oplossing t_0 zodanig dat er een punt u_0 is met $t_0(u_0) = 0$ en $t_0(u) \geq 0$ voor alle $u \in V$: $t_0(u) := v - \min\{t(u) | u \in V\}$.

Nu is er ook een oplossing t_1 zodat een van de buren van u_0 een waarde heeft die gelijk is aan de ondergrens van het bijbehorende interval (als dit nog niet geldt voor t_0 kun je de waarden van alle punten behalve u_0 omlaaghalen totdat dit wel het geval is; de onderlinge verschillen blijven gelijk, dus de verkregen functie voldoet dan nog steeds aan de eisen). Noem dit punt u_1 .

Deze constructie kun je blijven herhalen: als je punten u_0, \dots, u_i en functies t_0, \dots, t_i hebt gevonden, dan is er een functie t_{i+1} met $t_{i+1} = \text{id}$ op $\{u_0, \dots, u_i\}$ zodat er u_{i+1} is waarbij u_{i+1} een buur is van $u_j \in \{t_0, \dots, t_i\}$ en $t_{i+1}(u_{i+1}) = l_{(u_j, u_{i+1})}$ of $t_{i+1}(u_{i+1}) = l_{(u_{i+1}, u_j)}$.

Na $|V| = n$ stappen krijg je dan een functie t_n . We kunnen nu inzien dat na i keer toepassen van (3.2) de punten u_0, \dots, u_i de waarde $t_n(u_i)$ hebben. Als je (3.2) n keer toepast, krijg je dus t_n terug op heel V en heb je een functie die voldoet. Hieruit volgt dat als er überhaupt een oplossing bestaat, er dan ook een oplossing is die in $|V| \cdot |A|$ stappen gevonden wordt.

3.4 Hoe vinden we k ?

Het doel is nu dus om een functie k te vinden waarbij een t bestaat die aan (3.1) voldoet. Om het aantal mogelijkheden voor k flink te beperken, wordt gebruik gemaakt van een opspannende boom B die willekeurig gekozen wordt. Voor elke pijl a nemen we aan dat $k(a) = 0$ als $a \in B$. Voor een pijl $a = (u, v)$, $a \notin B$ kijken we naar de zogenaamde ‘fundamentele cykel’ $FC = (V_{FC}, A_{FC})$, de cykel die a met B maakt. Deze cykel bestaat altijd, omdat B samenhangend is; je kunt dus vanuit ieder punt elk ander punt bereiken. De cykel is ook uniek: stel namelijk dat $\{u, x_1, \dots, x_n, v, u\}$ en $\{u, y_1, \dots, y_m, v, u\}$ beide fundamentele cyclen zijn, dan is $\{u, x_1, \dots, x_n, v, y_m, \dots, y_1, u\}$ een cykel en is B dus geen boom.

De intervallen die langs de pijlen van de fundamentele cykel staan, geven een boven- en ondergrens aan voor k . Om dit een beetje te verduidelijken het volgende voorbeeld:

$FC = (\{u, a, b, c, v\}, \{(u, v), (v, a), (b, a), (b, c), (u, c)\})$ met bijbehorende intervallen $[l_{(u,v)} + 60k((u, v)), u_{(u,v)} + 60k((u, v))]$, $[1, 15]$, $[6, 23]$, $[43, 45]$, en $[2, 4]$. Dit levert het volgende stelsel ongelijkheden:

$$1 \leq t(a) - t(v) \leq 15;$$

$$6 \leq t(a) - t(b) \leq 23;$$

$$43 \leq t(c) - t(b) \leq 45;$$

$$2 \leq t(c) - t(u) \leq 4;$$

hetgeen resulteert in $t(v) - t(u) \in [17, 52]$, en dus $k((u, v)) = 0$.

In het algemeen kun je bij een fundamentele cykel $FC = (V_{FC}, A_{FC})$ van een pijl (u, v) een functie $r : FC \rightarrow \{-1, 1\}$ maken zodat voor alle $a \in A_{FC}$ geldt $r(a) = 1$ als a dezelfde richting heeft als (u, v) , en $r(a) = -1$ als a in de omgekeerde richting staat. Zij nu $\{(u, v), a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n, (u, v)\}$ de fundamentele cykel die bij (u, v) hoort (weergegeven in pijlen) en $[l_{a_i}, u_{a_i}]$ het interval horende bij pijl a_i . Dan is het interval $[l_{(u,v)}, u_{(u,v)}]$ als volgt te berekenen:

$$l_{(u,v)} = \sum_{i=1}^n r(a_i)l_{a_i},$$

en

$$u_{(u,v)} = \sum_{i=1}^n r(a_i)u_{a_i}.$$

Dit geeft dus een sterke beperking voor de mogelijkheden voor k . Door op de verschillende mogelijkheden het algoritme toe te passen, krijg je uiteindelijk dan de mogelijkheden voor t , en daarmee dus de gewenste dienstregelingen.

Hoofdstuk 4

Geschiedenis van optimalisatie binnen de grafentheorie

4.1 Tot 1960

4.1.1 Inleiding

Voordat Lex Schrijver CADANS ontwikkelde bestond de grafentheorie natuurlijk al. In dit hoofdstuk zal zeer summier uiteengezet worden hoe de geschiedenis van de optimalisatie binnen de grafentheorie verlopen is. Hierbij hebben we de informatie uit een artikel van Schrijver [5] gebruikt. We bekijken niet direct hoe de wiskunde achter het spoorboekje ontstaan is, maar we gaan na hoe de wiskunde achter de wiskunde achter het spoorboekje ontstaan is. Hierbij zal niet iedere wiskundige die er aan meegewerkt heeft worden genoemd, om een saaie opsomming van namen en jaartallen te voorkomen. Aan de hand van een aantal belangrijke combinatorische vraagstukken waar men zich mee bezig heeft gehouden, zal in deze sectie de geschiedenis van de combinatoriek tot 1960 beschreven worden.

Het is vaak lastig om over onderwerpen binnen de grafentheorie te zeggen of zij toepassings- of nieuwsgierigheids-gemotiveerd zijn. Dit komt omdat de grafentheorie vaak aan de hand van *concrete* problemen werkt. Met concrete problemen doelen we op problemen zoals het probleem van de zeven bruggen van Königsbergen en het vierkleurenprobleem. Het zijn problemen die op het eerste gezicht toepassingsgericht lijken en waarbij iedereen zich kan voorstellen waarover het gaat. De vraag is echter of deze problemen echt om een oplossing vragen voor de toepassing of dat de toepassing dient om de uitleg van het probleem te ondersteunen. Oftewel: er was misschien niemand die een wandeling wilde maken over de zeven bruggen van Königsbergen, maar het is wel interessant om er over na te denken en zo nieuwe wiskunde te ontwikkelen. Concrete problemen kunnen dienen voor toepassingsgericht onderzoek, maar ook voor fundamenteel onderzoek.

De grafentheorie gaat veel over optimalisatie. Wiskundige algoritmes zijn hierbij noodzakelijk aangezien brute force methodes geen soelaas bieden.

4.1.2 Het takenprobleem

Eén van de eerste combinatorische optimalisatie problemen waar men zich mee bezighield was het takenprobleem. Het *takenprobleem* komt wiskundig gezien op het volgende neer: gegeven 2 verzamelingen A en T met dezelfde kardinaliteit en een functie die gewichten toekent $C : A \times T \rightarrow \mathbb{R}$, vind een bijjectie $f : A \rightarrow T$ zodat de kostenfunctie: $\sum_{a \in A} C(a, f(a))$ minimaal is.

Monge was de eerste die hier in 1784 onderzoek naar deed. Hij was gemotiveerd door een toepassingsgericht probleem over het transporteren van aarde en dacht het probleem opgelost te hebben. Zijn methode was echter niet geheel correct, zoals in 1928 werd aangetoond. Na die tijd hebben meerdere wiskundigen onder wie Fobenius en König, zich met dit probleem bezig gehouden. Zij richtten zich daarbij vooral op een speciaal geval van dit probleem: het vinden van koppelingen in bipartiete grafen.

4.1.3 Het transportprobleem

Het transportprobleem gaat over de optimalisatie van het transport van producten van de plaats waar ze geleverd worden naar de plaats waar ze gebruikt worden.

Verskillende mensen hebben hier, onafhankelijk van elkaar naar gekeken; zij waren door toepassingen gemotiveerd. Het was zelfs zo dat bij het publiceren van artikelen de echte wiskunde alléén maar in een appendix werd toegevoegd, omdat de artikelen anders niet gelezen zouden worden.

Door dit probleem is de ontwikkeling van het lineair programmeren gestart. In Rusland werd dit probleem al toegepast op transport met treinen en in andere landen is de oplossing toegepast op het gebied van de scheepvaart.

4.1.4 Mengers Stelling

Als voorloper op het vraagstuk over maximale stromen in de volgende sectie, publiceerde Menger in 1927 een belangrijke stelling, die wiskundig op het volgende neerkomt:

Zij G een eindige niet gerichte graaf en x en y twee disjuncte verbindingen. Dan is het minimale aantal verbindingen dat je weg moet halen zodanig dat x en y niet meer verbonden zijn, gelijk aan het maximale aantal paarsgewijs verbindingsonafhankelijke paden van x naar y .

Menger bestudeerde topologie en was gemotiveerd door een topologisch vraagstuk dat voortkwam uit fundamenteel wiskundig onderzoek. Meerdere wiskundigen hielden zich in die tijd bezig met zijn theorie en hier en daar zijn er kleine verbeteringen aangebracht.

4.1.5 Het maximale stroom probleem

Het maximale stroom probleem gaat over het vinden van een maximale stroom in een gerichte graaf met gewichten. Net als voorgaande combinatorische vraagstukken is het maximale stroom probleem goed te illustreren met een concreet probleem, deze keer betreffende de spoorwegproblematiek.

Meerdere wiskundigen hebben naar dit probleem gekeken vanuit het oogpunt van de spoorwegproblematiek. Voor dit probleem werd in 1955 een algoritme

gepubliceerd. In deze publicatie werd ook een bewijs gegeven voor een stelling die zegt dat het gewicht van de maximale stroom in een ongerichte graaf gelijk is aan het minimale aantal verbindingen dat je weg moet halen om begin- en eindpunt niet meer met elkaar verbonden te laten zijn. De eerder genoemde stelling van Menger volgt als een speciaal geval uit deze stelling.

4.1.6 Kleinste opspannende boom

Het probleem van de kleinste opspannende boom, houdt zich, zoals de naam al doet vermoeden, bezig met het vinden van een kleinste opspannende boom in een ongerichte graaf. Het probleem kwam in de belangstelling door verschillende toepassingsgerichte problemen, zoals het aanleggen van wegen en van energie- en telefoonnetwerken, en het ordenen van gegevens.

Meer wiskundigen hebben aan dit probleem gewerkt, van wie Boruvka en Jarník de belangrijkste zijn. Boruvka werkte eraan omdat hij gevraagd werd door een bedrijf dat geïnteresseerd was in toepassingen hiervan. Jarník raakte geïnspireerd door het werk van Boruvka en reageerde hierop. Van 1926 tot 1957 zijn er meerdere algoritmes voor dit probleem geschreven; oude algoritmes zijn daarbij vaak herzien, verbeterd en aangepast.

4.1.7 Het kortste pad probleem

Evenals het vorige onderzoeksgebied, geeft de naam van dit probleem al bijna de gehele inhoud weer. Het kortste pad probleem gaat over het vinden van het pad met het kleinste gewicht tussen twee knopen in een graaf.

Van 1946 tot 1952 hebben een aantal mensen onderzoek gedaan naar het gebruik van matrices in het kortste pad probleem. Later wordt er onderzoek gedaan gemotiveerd door toepassingen in neurale netwerken, defensie en het telefoonverkeer.

In 1956 is de Bellman-Ford methode voor het vinden van het kortste pad gepubliceerd. Eén jaar daarvoor was er al een link gelegd met lineair programmeren. Ook hier werd een oplossing gevonden die later nog een aantal keer is bijgesteld door verschillende wiskundigen.

4.1.8 Het handelsreizigers probleem

Het handelsreizigers probleem is al in 1832 als volgt geformuleerd: gegeven n steden, vind de kortste route om al deze steden precies één keer te bezoeken.

In de jaren 40 werden verschillende formules gepubliceerd, die de verwachting of bovengrens van de afstand van een route geven.

Het probleem werd toegepast in het maken van schoolbusroutes, maar ook in een puur topologisch vraagstuk door Menger.

Succesvolle algoritmes voor het eerdergenoemde takenprobleem en het transportprobleem bleken te helpen bij de optimalisatie van dit vraagstuk. Lineair programmeren werd daarna weer gebruikt om een ondergrens te geven voor de maximale afstand van de route. Tot heden wordt er onderzoek gedaan naar dit vraagstuk.

4.2 Op dit moment

De grafentheorie is in de Tweede Wereldoorlog van karakter veranderd. Waar voor die tijd vooral werd gekeken of er een oplossing *bestond* en hoeveel oplossingen er waren, ging men sinds die tijd kijken naar het *optimaliseren* van oplossingen. Een voorbeeld hiervan is Mei-Ko Kwan, die in 1962 een methode voorstelde om een route te vinden met een minimale afstand voor de postbezorgers. De toepassing bij dit “Chinese postbode probleem” lijkt al direct aanwezig te zijn. Toen in diezelfde periode de computer in opkomst kwam, werd verwacht dat die machine zelfs de moeilijkste optimalisatie-algoritmes wel aan zou kunnen.

4.2.1 ‘Goede’ algoritmes

In 1961 kwam Jack Edmonds bij een onderzoeksinstituut terecht waar hij werd gevraagd optimalisatie-algoritmes te ontwikkelen voor problemen in de grafentheorie en combinatoriek. Hij kwam er echter snel achter dat veel bestaande algoritmes helemaal niet realistisch zijn, met andere woorden dat ze niet in polynomiale tijd uit te voeren zijn. Dit betekent dat de rekentijd niet polynomiaal van de invoer (als binair getal) afhangt. Deze ontdekking van Edmonds was verrassend, want veel mensen hadden verwacht dat de in die tijd in opkomst zijnde computer wel een antwoord zou hebben op alle optimalisatie-problemen. Dat ze dat mis hadden werd op sporadische wijze zichtbaar in 1998, toen computers pas na 22,6 jaar rekenen de oplossing gaven voor het handelsreizigersprobleem van 15.112 steden in Duitsland. Jack Edmonds werd de leider van een nieuwe richting: het ontwikkelen van goede algoritmes (oplosbaar in polynomiale tijd) voor problemen in de grafentheorie en combinatoriek. Zo gaf hij in samenwerking met Ellis L. Johnson een goed algoritme voor het Chinese postbode probleem.[6] Er ontstonden verschillende klassen problemen:

1. **P:** Problemen waarvoor de oplossing in polynomiale tijd te vinden is.
2. **NP:** Problemen waarvoor een kandidaatoplossing in polynomiale tijd te verifiëren is.
3. **NP-compleet:** Problemen in NP waar elk probleem uit NP in polynomiale tijd tot te reduceren is.

Een andere naam die in dit hoofdstuk niet mag ontbreken is die van Richard Karp. Ten eerste ontwikkelde hij samen met Edmonds het Edmonds-Karp algoritme, dat het maximum stroom probleem oplost.[7] Daarnaast presenteerde hij in 1972 een lijst van 21 NP-complete problemen.[8] Alhoewel het werk van Edmonds en Karp zelf toepassingen kent, is hun onderzoek waarschijnlijk vooral uit interesse voor de algoritme-optimalisatie begonnen.

4.2.2 Algoritmes en vermoedens

In de afgelopen 50 jaar is de combinatorische optimalisatie gegroeid. Er zijn in die halve eeuw te veel algoritmes en vermoedens opgesteld om hier te bespreken, daarom beperken we ons tot een kleine selectie.

Canadese reizigers probleem

In 1989 werd door Christos Papadimitriou en Mihalis Yannakakis het Canadese reizigers probleem geïntroduceerd.[9]. Door de veelvuldige sneeuwval in Canada komt het vaak voor dat een Canadese autorijder een weg op wil gaan die niet begaanbaar is en dus een andere weg moet zoeken. Dit probleem kun je vertalen naar een graaf G , die een verborgen deelgraaf F heeft (uit G zijn de onbegaanbare wegen weggehaald). Omdat graaf F onbekend is, weten we niet wat de kortst mogelijke route is tussen twee punten. Op elk punt kunnen we kiezen welke kant we op gaan. Een verzameling keuzes noemen we een beleid. Er is dus ook een wandeling die bij het optimale beleid hoort. Het is de taak van een algoritme voor het Canadese reizigers probleem om de verwachte lengte van de wandeling die wordt gevolgd bij het optimale beleid te berekenen.

Seymour's 2e omgeving vermoeden

Omstreeks 1980 liet Paul Seymour het volgende vermoeden optekenen:

'Elke gerichte graaf heeft een punt waarvan de uitgraad kleiner of gelijk is aan zijn 2^e uitgraad.'

Hierbij geeft de n^e uitgraad van een punt aan hoeveel punten je in precies n stappen vanaf dat punt kan bereiken. Dit is een vermoeden dat waarschijnlijk uit puur fundamentele interesse is opgesteld, maar mocht het vermoeden bewezen worden, dan kan het wellicht bij wiskundige toepassingen gebruikt worden. In de loop van de jaren zijn er verschillende bewijzen voorgesteld voor het vermoeden van Seymour. Deze bleken echter allemaal onjuist te zijn. Seymour heeft veel meer werk verricht dan alleen dit vermoeden. Hij wordt, net als László Lovász en Edmonds, door Schrijver genoemd als één van de belangrijkste mensen van na 1960 in de combinatorische optimalisatie.

4.2.3 Benaderbare oplossingen

Zoals Edmonds en Karp al lieten zien zijn er optimalisatieproblemen die niet in P liggen en waarvoor er dus geen goed algoritme is. Op dit moment is men veel bezig om voor zulke problemen benaderbare oplossingen te zoeken die wél in polynomiale tijd te vinden zijn. Zo is het probleem van de k -minimum opspannende boom (de minimum opspannende boom over k van de punten) 3-benaderbaar.[10] Dit betekent dat er een goed algoritme bestaat die een opspannende boom geeft met een totaal gewicht heeft van hooguit 3 keer het gewicht van de k -minimum opspannende boom. Helaas is het ook niet altijd mogelijk om een benaderbare oplossing in polynomiale tijd te vinden. Sahni en Gonzalez lieten bijvoorbeeld zien dat er geen goed benaderbaar algoritme is voor het handelsreizigersprobleem.[11]

4.3 Tussenconclusie

Uit bovenstaande valt te concluderen dat veel onderzoek in de grafentheorie gemotiveerd is door toepassingen. Ook zijn er veel wiskundigen geweest die door het werk van collega's geïnspireerd zijn geraakt en daar op wilden reageren. In het geval van Menger, lag de motivatie in het gebruik binnen de topologie, een fundamenteel wiskundig gebied. De afgelopen decennia is de grafentheorie

zich nog meer gaan richten op de optimalisatie. Toch is het onderzoek hierdoor niet op alle vlakken toepassingsgerichter geworden. Uit onderzoek dat toepassingsgericht begonnen is, is namelijk later fundamentele wiskunde en onderzoek ontstaan. Hierbij doelen we bijvoorbeeld op Edmonds die zich oorspronkelijk richtte op het ontwikkelen van optimalisatie-algoritmes, maar waar uiteindelijk de theorie over NP-compleetheid uit is ontstaan.

Hoofdstuk 5

De modellen en het spoorboekje

5.1 Het lineaire model en het spoorboekje

Vanuit de NS kwam de opdracht om met behulp van geavanceerde wiskunde een verbeterd spoorboekje te maken. In ons interview antwoordde Schrijver het volgende op de vraag of hij nieuwe wiskunde heeft ontwikkeld voor het spoorboekje: “Ik heb nieuwe modellen gemaakt, maar daarvoor heb ik alleen bestaande wiskunde toegepast.” Er is dus fundamentele wiskunde gebruikt om toegepaste wiskunde te maken en niet andersom. De pijlen gaan dus net als in het lineaire model van links naar rechts, m.a.w. van fundamentele naar toegepaste wiskunde.

Als we kijken naar het lineaire model dan past de wiskunde achter het spoorboekje daar op het eerste gezicht dus prima in. Sterker nog, het lineaire model is geschikt voor een groot deel van de wiskunde. Bovendien is het model door zijn eenvoud makkelijk te begrijpen, en wordt het belang van fundamentele wiskunde goed zichtbaar: voor elke toepassing (zoals het spoorboekje) is fundamentele wiskunde nodig (zoals grafentheorie).

Een nadeel van eenvoud is echter dat het vaak ten koste gaat van volledigheid. Dit is helaas ook het geval bij het lineaire model. Er is ook wiskunde die niet in het model te passen is.

Zo lopen de pijlen in de wiskunde niet altijd van links naar rechts. Als we iets verder terugkijken dan de opdracht van de NS aan Schrijver, zien we dit ook in de ontwikkeling van de grafentheorie en de combinatorische optimalisatie. Het begon allemaal bij Euler met zijn zeven bruggen van Königsbergen. Euler was benieuwd hoe hij over de bruggen kon lopen en vertaalde dit in een plaatje met wat punten en lijnen, later een graaf genoemd. Een concreet probleem dus, de input voor het probleem kwam van buitenaf. Toch is er later in de door dit probleem ontstane grafentheorie flink wat fundamentele wiskunde ontwikkeld. De pijlen gaan hier dus van rechts naar links.

Daarnaast kan fundamentele en toegepaste wiskunde volgens het lineaire model niet tegelijk plaatsvinden. Maar stel nu eens dat Lex Schrijver tijdens de ontwikkeling van het spoorboekje op een nieuw fundamenteel probleem was gestuit.

Aangezien Schrijver ook een fundamentele wiskundige is, zou het goed kunnen dat hij ervoor had gekozen om het fundamentele probleem zelf op te lossen. Op dat moment zou hij zich vanuit toegepaste wiskunde (het spoorboekje) richten op fundamentele wiskunde (het probleem) en daarna waarschijnlijk weer op toegepaste wiskunde. Dit traject past niet in het lineaire model.

Voordat NS de hulp inriep van wiskundigen, werd het spoorboekje nog met de hand gemaakt. Als een personeelslid of reiziger dan tegen een probleem aanliep, werd geprobeerd dat handmatig te verhelpen. De bron van de technologische ontwikkeling was in zulke gevallen dus geen wetenschap, terwijl het lineaire model wetenschap weergeeft als de *enige* bron van technologische ontwikkeling. Ten slotte geeft het lineaire model ook een enigszins verheerlijkt beeld van het nut van fundamentele wiskunde. Door de pijlen naar rechts lijkt elke theorie uiteindelijk een toepassing te hebben. Toch zou het goed kunnen dat er theorieën zijn die nooit een (indirecte) toepassing zullen krijgen.

5.2 Model van Stokes en het spoorboekje

Binnen het model van Stokes past onze NS-casus het beste in het zowel fundamentele als toegepaste kwadrant, het probleem is duidelijk toegepast, maar Schrijver werd gevraagd om eraan te werken terwijl hij fundamenteel wiskundige in de combinatoriek is. Hij heeft hier fundamentele wiskunde toegepast en naar eigen zeggen geen nieuwe wiskunde bedacht voor dit specifieke probleem. Hij had echter al eerder fundamentele wiskunde ontwikkeld op dit gebied.

Daarnaast is er in het model van Stokes ook ruimte voor technologische vernieuwing die niet voortkomt uit de wetenschap. Binnen de NS-casus is dit ook gedeeltelijk het geval, daar men in de praktijk op problemen stuit, die men met kleine aanpassingen probeert op te lossen.

De grafentheorie daarentegen is op te delen binnen alle kwadranten behalve het kwadrant linksonder. Zoals eerder opgemerkt, werkt de grafentheorie veel met concrete problemen. Deze problemen lijken op het eerste gezicht alle toepassingsgericht, maar dat zijn ze bij nadere beschouwing niet allemaal.

In het model van Stokes is er ook nog het kwadrant linksonder dat volgens hem gevuld is met wetenschap die fundamenteel noch toepassingsgericht is. In onze casus kunnen we echter geen voorbeeld vinden van wetenschap die binnen dit kwadrant zou passen.

Wij vinden het wel goed aan het model van Stokes dat er überhaupt ruimte is voor onderzoek dat én toepassingsgericht én fundamenteel is. Het model is minder simpel dan het lineaire model en sluit daardoor minder dingen uit die in de praktijk wel degelijk voorkomen. Zo kan wetenschap in het model van Stokes beide richtingen op gaan: van fundamenteel naar toegepast, maar ook van toegepast naar fundamenteel. Ook omvat het model van Stokes meerdere bronnen voor technologische vernieuwing dan wetenschap alleen.

Hoofdstuk 6

Onderzoeksfinanciering

De modellen van Stokes en Bush worden voornamelijk gebruikt om na te denken over onderzoeksfinanciering. Daarom hebben we uitgezocht hoe deze op dit moment geregeld is in Nederland.

Wiskundig onderzoek

Wiskundig onderzoek is op te delen in twee soorten: academisch en industrieel onderzoek. Industrieel onderzoek is onderzoek dat in opdracht van of door bedrijven wordt uitgevoerd, terwijl academisch onderzoek voornamelijk op universiteiten uitgevoerd wordt. Academisch onderzoekers zijn geen verantwoording schuldig aan commerciële opdrachtgevers.

Industrieel onderzoek in Nederland

In het industriële onderzoek is de afgelopen jaren behoorlijk wat veranderd. Zo'n 20 jaar geleden hadden onderzoekers op zogenaamde R&D afdelingen van bedrijven veel meer vrijheid wat ze gingen onderzoeken en op welke manier. Bij Philips is bijvoorbeeld de cd-speler uitgevonden dankzij dit vrije onderzoek. Tegenwoordig staat echter al veel meer vast wat onderzocht moet worden en is het onderzoek meer gericht op kleine verbeteringen van bestaande producten, zoals een beeldbuis. Er wordt veel minder geld gestoken in het onderzoek naar nieuwe technologieën. Een ander voorbeeld is Shell, dat zich lange tijd bezig heeft gehouden met de ontwikkeling van zonne- en windenergie. Omdat daar op dit moment niet veel in te verdienen valt, hebben ze dat afgestoten en concentreert Shell zich op zijn core business van olie en gas. Een derde voorbeeld van een groot Nederland bedrijf met ooit vooraanstaande R&D is AkzoNobel, dat zijn onderdelen met het grootste onderzoeksprogramma in 2008 verkocht.

Het probleem bij veel bedrijven is dat managers zich te veel richten op de korte termijn, omdat ze beter beloond worden als ze in korte termijn veel winst halen. Geld steken in fundamenteel onderzoek is dan niet zo verstandig, omdat het jaren kan duren voor je deze investering terug kan verdienen. Het is bovendien onzeker of er überhaupt wel iets nuttigs uit het onderzoek voortkomt. Daarom kiezen veel grote bedrijven er tegenwoordig voor om hun producten steeds een klein beetje te verbeteren, in plaats van het financieren van risicovol onderzoek

dat mogelijk tot totaal nieuwe producten kan leiden.

Academisch onderzoek

De universiteit krijgt geld binnen voor onderzoek via drie verschillende wegen, de zogenaamde eerste, tweede en derde geldstroom. Met dit geld kunnen vaste medewerkers worden aangesteld om onderzoek te doen, of er kan apparatuur worden gekocht.

- **Eerste geldstroom.** De eerste geldstroom komt regelrecht van de overheid. De universiteit krijgt geld binnen voor elke student die afstudeert en voor elke promotie. Het bedrag per afgestudeerde neemt al jaren langzaam af, wat ten koste gaat van het onderzoek, aangezien het onderwijs wel op peil wordt gehouden.
- **Tweede geldstroom.** De tweede geldstroom bestaat uit beurzen van instellingen als NWO (Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek). Uiteindelijk komt dit geld ook van de overheid, maar de weg ertoe is anders dan bij de eerste geldstroom. Voor een voorgenomen onderzoek kan subsidie aan worden gevraagd bij NWO. Een jury beoordeelt deze aanvragen en bepaalt zo welke onderzoeken gefinancierd zullen worden. Vroeger was hiervoor veel meer geld beschikbaar dan nu. Nu krijgt zelfs nog maar de helft van het onderzoek dat volgens de jury de allerhoogste kwaliteitsgraad heeft een subsidie. Als je eenmaal zo'n subsidie binnen hebt, heb je wel genoeg financiële middelen om het onderzoek uit te voeren (met andere woorden het aantal subsidies daalt in tegenstelling tot de subsidie per project).

Sinds vijf jaar is het ook mogelijk subsidie aan te vragen bij de EU. Dit is veel gedoe, maar als het wordt goedgekeurd ontvang je wel veel geld om je onderzoek uit te voeren. Deze Europese geldstroom neemt steeds verder toe, terwijl in elk geval voor wiskunde de geldstroom vanuit NWO afneemt.

- **Derde geldstroom.** De derde geldstroom bestaat uit geld van bedrijven, die universiteiten betalen om onderzoek te doen ten behoeve van het bedrijf. Dit komt bij wiskunde nauwelijks voor, maar bijvoorbeeld bij informatica en scheikunde veelvuldig.

Valorisatie

Op universiteiten wordt gestreefd naar valorisatie, door bijvoorbeeld onderzoeksresultaten aan bedrijven te verkopen, of patenten aan te vragen. Dit is vooral binnen de wiskunde lastig te realiseren, en leidt bovendien tot discussie. Onderzoek is namelijk gefinancierd door belastinggeld en zou daarom voor iedereen beschikbaar moeten zijn. Als je je onderzoek verkoopt aan een bedrijf is dit niet het geval. Valorisatie is vooral moeilijk te bewerkstelligen voor fundamenteel onderzoek. Uitkomsten hiervan zijn voor bedrijven namelijk niet altijd direct interessant. Hierdoor komt het fundamentele onderzoek op universiteiten onder druk te staan.

De Politiek

Het probleem is dat het probleem van de steeds afnemende financieën in het fundamentele onderzoek niet doordringt tot de politiek. Veel politici weten niet goed wat wetenschappelijk onderzoek inhoudt en wat het belang ervan is. Wel zijn vrijwel alle partijen het er tegenwoordig over eens dat er meer geld naar onderwijs moet, maar op een enkele uitzondering wordt het onderzoek hierbij vergeten. Het punt is dat Rinnooy Kan, Dijkgraaf etc. zich niet specifiek inzetten om meer geld voor wiskundig onderzoek binnen te halen en er ook geen effectieve lobby voor is (terwijl natuur- en scheikunde wel een sterke lobby hebben).

Conclusie

Als we naar de situatie kijken in Nederland, blijkt dat er zowel door de overheid als door het bedrijfsleven steeds minder wordt geïnvesteerd in onderzoek. Ook lijken de verhoudingen te verschuiven. Bij zowel bedrijven als universiteiten is ook relatief steeds minder aandacht voor fundamenteel onderzoek. Bij bedrijven is dit omdat het niet winstgevend genoeg is op de korte termijn. En het kortetermijn denken bij managers overheerst vanwege de dubieuze beloningsstructuur. Bij universiteiten is het probleem dat het beschikbare budget monotoon afneemt en bovendien toenemend meer aan onderwijs wordt besteed. Intussen moeten wetenschappers steeds meer het maatschappelijk nut van hun onderzoek aantonen, terwijl fundamenteel onderzoek juist uitgevoerd zou moeten worden zonder de druk van toepassingen. Het is moeilijk een oplossing voor dit probleem aan te geven, aangezien de politiek het probleem niet ziet. Wetenschappers zullen in elk geval beter uit moeten leggen wat het nut is van de wetenschap, zelfs als dat in de verre toekomst ligt en bovendien onvoorspelbaar is. Zodra de samenleving begrijpt dat een groot deel van haar welvaart uiteindelijk op wetenschap berust, zullen gekozen politici daar ook meer geld voor over hebben.

Hoofdstuk 7

Een verbeterd model

In dit laatste hoofdstuk geven we een suggestie voor een beter model, en wel een model waar de geschiedenis van de combinatoriek, het project achter het NS-spoorboekje en hopelijk ál het wiskundig onderzoek goed inpast. We vinden het van groot belang dat het model rekening houdt met de tijd waarin we leven. Op het moment zitten we bijvoorbeeld in een economische crisis. Het is dus logisch dat er op allerlei gebieden bezuinigd wordt. Het is belangrijk dat het model kan helpen met de beslissing wáár het beste op bezuinigd kan worden. Verder bleek uit ons onderzoek naar de huidige financiële situatie dat onderzoek in Nederland slecht gefinancierd wordt en dat er bovendien weinig tijd voor is. Daarnaast bleek dat de meeste mensen nauwelijks lijken te begrijpen wat onderzoek is of wat het belang ervan is. Ook dit moeten we duidelijk zien te maken in het model.

Een nieuw model voor de relatie tussen toegepaste en fundamentele wetenschap

Laten we eerst nog eens naar de bestaande modellen kijken. Het is al gebleken dat niet alle wetenschap en niet alle oorzaken van technologische ontwikkeling te plaatsen zijn in het lineaire model. Over het algemeen komt het erop neer dat het lineaire model te simpel is. In het kwadrant model van Stokes kunnen we tenminste de wiskunde achter CADANS en de ontwikkeling van de combinatoriek plaatsen. We twijfelen er echter sterk aan of het kwadrant links onder in het model van Stokes wel bestaat. Wij kunnen ons eigenlijk niet goed voorstellen dat iemand onderzoek doet dat niet gericht is op enige vorm van toepassing of op enige vorm van dieper begrip.

Zelf plaatst Stokes het systematisch onderzoeken van markeringsen en kleuren van vogels in dit kwadrant. Wij zijn van mening dat dit soort onderzoek ofwel toepassingsgericht is, namelijk op het produceren van een vogelgids, iets dat nut heeft voor andere mensen uit de maatschappij, of dat het puur wordt gedaan uit interesse naar kleuringen van vogels, hetgeen wij zouden plaatsen onder fundamentele wetenschap, aangezien je geïnteresseerd bent in de basiskennmerken van een vogelpopulatie.

Een gebied van onderzoek uit de wiskunde dat wellicht in dit hokje te plaatsen valt is het systematisch uitrekenen van decimalen van π . Dit begon met Ludolph van Ceulen (1540-1610), die de eerste 35 decimalen van π correct bepaalde. Op

dit moment zijn meer dan 45 miljoen decimalen bekend. Een directe toepassing hiervan lijkt er niet te zijn en ook geven de laatste paar miljoen decimalen van π misschien niet noodzakelijk dieper inzicht in de wiskunde. Toch zal, behave een enkele hobbyist, niemand zomaar decimalen van π berekenen. Er bestaat bijvoorbeeld het sterke vermoeden dat π een normaal getal is; wellicht leidt het uitrekenen van de decimalen van π tot een beter inzicht in dit vermoeden. In dat geval behoort dit onderzoek in het kwadrant van de fundamentele wetenschap. Anderzijds zijn er ook veel algoritmes ontwikkelt om zo goed en snel mogelijk decimalen van π te ontwikkelen, in welk geval het berekenen van de decimalen van π eveneens bijdraagt aan fundamentele wetenschap, namelijk het verbeteren en beter begrijpen van algoritmes.

Als we dit vierde hokje van het model van Stokes niet meerekenen, zouden we de overige drie hokjes op een rij kunnen plaatsen. Op deze manier krijg je een soort schaalmodel dat beschrijft in welke mate je toegepast en/of fundamenteel onderzoek aan het doen bent. Je krijgt dan het volgende plaatje:



Links van de lijn kun je het volledig fundamentele onderzoek plaatsen, rechts van de lijn staat het volledig toegepaste onderzoek en in het midden vind je het kwadrant van Stokes, dat zowel toegepaste als fundamentele wetenschap bevat. In dit model vind je wel de notie terug dat toegepaste wetenschap fundamentele wetenschap uitdrijft en andersom. Een onderzoek kan namelijk niet tegelijkertijd fundamenteel en toegepast zijn.

Merk op dat dit model wel lineair is, maar niet hetzelfde is als het lineaire model dat eerder besproken is. In het lineaire model is er namelijk geen overlap tussen fundamentele en toegepaste wetenschap. Een onderzoek is altijd óf fundamenteel, óf toegepast. Bij bovenstaand model zijn alle combinaties hiervan mogelijk.

Lex Schrijver is, zoals Leo Kroon ook zegt, een voorbeeld van iemand die zowel toegepaste als fundamentele wetenschap bedrijft. Over zichzelf zegt Schrijver: 'Ik doe vooral de dingen die ik leuk vind. Vaak is dat pure wiskunde, maar soms ook een leuke toepassing zoals het probleem bij de NS'. Dit maakt Schrijver enigszins vergelijkbaar met het voorbeeld van Pasteur dat Stokes geeft. We zullen laten zien dat het onderzoek van Schrijver in dit model past.

Laat het duidelijk zijn dat we niet een persoon in het model moeten plaatsen, maar het onderzoek dat ze verrichten. Dit onderzoek is vaak of toegepast of fundamenteel of iets er tussenin. Maar zodra iemand meer gaat letten op toepassingen, zal deze persoon zich meer richten op één doel. Dit gaat meestal ten koste van algemeen begrip. Een fundamenteel wiskundige zal bijvoorbeeld het liefst iets in zijn algemeenheid bewijzen, een toegepast wiskundige is waarschijnlijk tevreden met een bewijs van het speciale geval wat hij nodig heeft voor zijn toepassing. Een meer fundamenteel gericht wiskundige zal wellicht wel met zijn algemene bewijs ook het speciale geval bewijzen, maar het zoeken van een algemeen bewijs maakt de wetenschapper minder gericht op de toepassing. Het is vaak van belang dat een toepassing snel op de markt komt en als het makkelijker is om een speciaal geval te bewijzen, wil je dit liever dan wachten tot er een algemeen bewijs is gevonden.

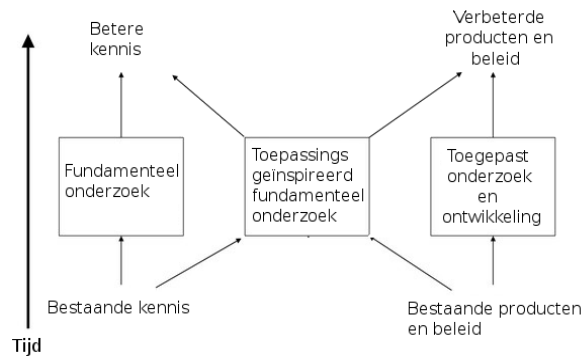
Wij denken dus dat ook het onderzoek van Lex Schrijver prima te plaatsen is binnen dit model. De toegepaste delen staan meer naar rechts en de fundamentele delen meer naar links. Zoals hij zelf al zei heeft hij geen nieuwe wiskunde ontwikkeld voor CADANS, dus dit onderzoek staat erg rechts. Als Schrijver zich bezig houdt met een fundamenteeler probleem in de combinatoriek, dan hoort zijn onderzoek links op de lijn.

Een verbeterd model voor de relatie tussen wetenschap en technologie

In dit model wordt echter nog niet de relatie tot technologische ontwikkeling en ontwikkeling van nieuwe kennis weergegeven. Uit de vorige hoofdstukken blijkt dat we de volgende punten in het model moeten opnemen:

- Een goed punt aan het lineaire model is dat het belang van de fundamentele wetenschap duidelijk naar voren komt. Uit onze studie naar de huidige financiële situatie blijkt dat hier te weinig aandacht voor is. Het is belangrijk dat men inziet dat zonder fundamentele kennis de ontwikkeling van de technologie ernstig beperkt wordt. Dat dit zo is blijkt al uit het feit dat Schrijver fundamentele wiskunde heeft gebruikt voor de ontwikkeling van CADANS. Zonder de fundamentele wiskunde die Schrijver gebruikt heeft, zou de NS waarschijnlijk bij het met de hand uitzoeken van de dienstregeling zijn blijven steken.
- Veel punten van kritiek van Stokes op het lineaire model blijken te passen bij onze bevindingen. Het model moet ruimte laten voor een ontwikkeling vanuit technologie naar fundamenteel onderzoek. Dat dit voorkomt bleek uit problemen uit de geschiedenis van de combinatoriek.
- Er is ook een plaats nodig voor het feit dat er vaak een nauwe samenwerking voorkomt tussen toegepaste en fundamentele wetenschap. Het komt bijvoorbeeld voor dat één persoon zich actief met beide varianten van onderzoek bezighoudt, zoals Schrijver (vergelijk met het voorbeeld van Pasteur van Stokes).
- We willen ook de mogelijkheid dat kleine verbeteringen en zeer gericht toegepast onderzoek de technologie verbeteren in ons model opnemen. Het blijkt uit het interview met Landsman dat er momenteel in het bedrijfsleven veel moeite wordt gestopt in deze manier van ontwikkeling.

Een vrij goed model vinden wij het model van Brooks, wat ook door Stokes al genoemd wordt:

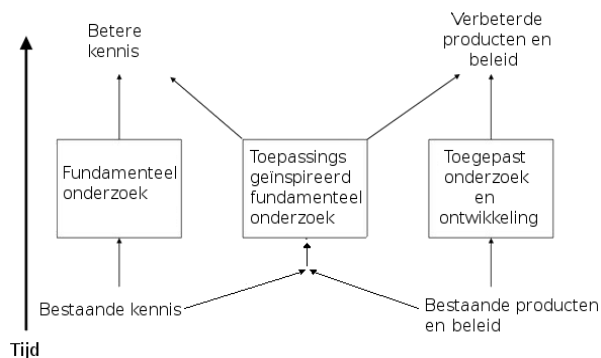


Merk op dat dit een model is wat in verticale richting over de tijd loopt. Het diagram herhaalt zich dus naar boven toe. Het lineaire model zit in dit proces verwerkt. Het volgende traject is namelijk vergelijkbaar:

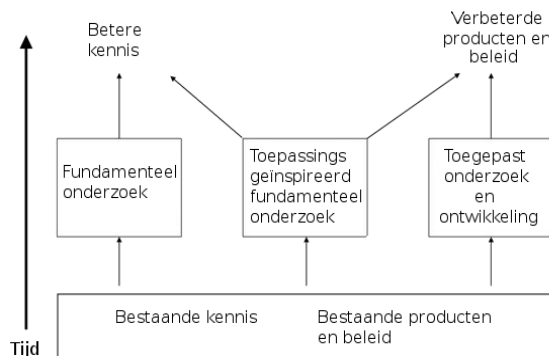
Fundamenteel onderzoek → betere kennis → bestaande kennis → toepassings geïnspireerd fundamenteel onderzoek → verbeterde producten en beleid → bestaande producten en beleid → toegepast onderzoek en ontwikkeling → verbeterde producten en beleid.

De ideeën van Stokes zitten ook grotendeels in het model verwerkt. Stokes vindt dat er nog enkele relaties missen, zoals een pijl rechtstreeks van 'bestaande kennis' naar 'verbeterde producten en beleid' en ook een pijl van 'bestaande producten en beleid' naar 'verbeterde kennis'.

We hebben ook een paar punten van kritiek. Het belang van fundamentele wetenschap komt in dit model niet goed naar voren. Zoals het model nu is, zou het vakje 'fundamenteel onderzoek' weggelaten kunnen worden en dan lijkt het model toch nog te functioneren. Wij willen benadrukken dat dit niet kan door bijvoorbeeld pijlen dikker te maken als een vakje een grotere bijdrage levert aan het volgende vakje. Bijvoorbeeld de pijl van 'fundamenteel onderzoek' naar 'verbeterde kennis' zou dikker moeten zijn dan de pijl van 'toepassings geïnspireerd fundamenteel onderzoek' naar 'verbeterde kennis'. Bovendien moet het duidelijk zijn dat 'toepassings geïnspireerd onderzoek' niet zonder 'bestaande kennis' kan. Om dit laatste op te lossen zouden we de pijlen als volgt kunnen tekenen:



Het is echter ook niet duidelijk in het model dat voor toegepaste wetenschap fundamentele kennis nodig is. Bovendien kan het, zoals Stokes al noemde, zo zijn dat bestaande technologie leidt tot fundamentele wetenschap. In de grafentheorie is dit te illustreren met het probleem van de zeven bruggen van Königsbergen, waar Euler over na heeft gedacht. De bruggen inspireerden hem tot theorieën over grafen, zonder dat het hem vermoedelijk noodzakelijk leek om daadwerkelijk deze wandeling te maken. Dit zouden we als volgt in het model weer kunnen geven:



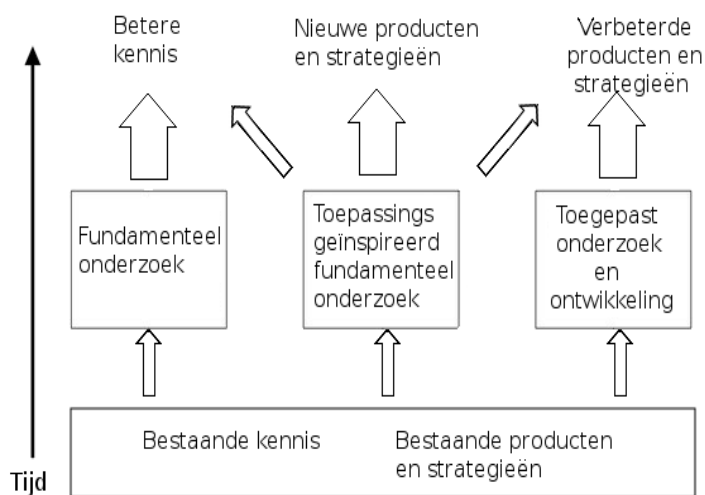
Een laatste belangrijke opmerking is dat uit dit model niet duidelijk wordt dat fundamentele wetenschap vaak tot echt nieuwe ideeën en technologie leidt, terwijl toegepaste wetenschap hier vaak minder aan bijdraagt omdat het zich richt op bestaande technologie en kennis. We zouden dus nog een extra begrip kunnen toevoegen aan het model: 'nieuwe producten en beleid'. We kunnen dan een pijl van 'toepassings geïnspireerd fundamenteel onderzoek' naar 'nieuwe producten en beleid' toevoegen. Het belang van op zijn minst toepassingsgeïnspireerd onderzoek komt extra naar voren in het feit dat er geen pijl van 'toegepast onderzoek en ontwikkeling' naar 'nieuwe producten en beleid' is. Dit laatste is misschien discutabel omdat we nog geen duidelijke afbakening hebben gegeven van de vakjes 'fundamenteel onderzoek', 'toepassings geïnspireerd fundamenteel onderzoek' en 'toegepast onderzoek en ontwikkeling' hebben gegeven. Volgens ons representeren de hokjes het volgende:

- Het vakje *fundamenteel onderzoek* bevat alleen het onderzoek dat niet op een toepassing is gericht, maar dat als doel heeft beter begrip te krijgen van de wiskunde.

- Het vakje *toepassings geïnspireerd fundamenteel onderzoek* bevat onderzoek dat gericht is op een toepassing of op zijn minst als doel heeft een toepassing te vinden, maar waar ook fundamenteel onderzoek voor nodig is, ofwel waar nieuwe kennis binnen de wiskunde voor nodig is.
- Het vakje *toegepast onderzoek en ontwikkeling* betreft alleen gespecialiseerd onderzoek naar een bepaalde toepassing, waar geen nieuwe kennis binnen de wiskunde voor nodig is. Het vakje bevat ook ontwikkeling, waarmee we bedoelen dat producten soms met kleine stapjes verbeterd worden.

Met het oog op deze indeling is het redelijk om te zeggen dat toegepast onderzoek en ontwikkelingen niet zullen leiden tot echt nieuwe producten en beleid (dus niet verbeterde producten). Hiervoor is namelijk over het algemeen nieuwe kennis binnen de wiskunde nodig. Bovendien is toepassingsgericht onderzoek te veel gefocust op één bepaald doel. Het komt niet vaak voor dat een persoon de fantasie heeft om een compleet nieuwe toepassing te bedenken, zich kan focussen op deze toepassing waarvan hij niet weet of het wel mogelijk is en dat deze toepassing wordt gemaakt zonder daarbij nieuw fundamenteel onderzoek te betrekken.

Dit alles gecombineerd in één diagram levert ons voorstel voor een verbeterd model:



Er zijn wellicht meerdere pijlen te bedenken voor het model. Het heeft echter geen zin om elke mogelijke pijl in het model op te nemen omdat dat ten koste gaat van de overzichtelijkheid. We hebben het idee dat we alleen pijlen hebben weggelaten die een verband aangeven wat zo weinig voorkomt, dat deze pijlen niet van belang zijn voor het model.

Hoofdstuk 8

Slot

Is het tijd voor een nieuw model voor de wetenschap? Waarschijnlijk zal dat altijd zo zijn. Het blijkt dat het model behoorlijk afhangt van de context waarin het moet functioneren. Het lineaire model kwam voort uit een nieuwe interesse in fundamenteel onderzoek en legde hier, in ieder geval voor latere tijden, te zwaar de nadruk op. Ook uit de ontwikkelingen van de combinatoriek bleek dat dit model te simpel is.

Stokes's eigen kwadrant model, een reactie op de fouten van het lineaire model, bleek een verbetering, maar probeerde misschien iets teveel van het lineaire model af te wijken door een kwadrant dat waarschijnlijk leeg is te introduceren. Het model van Brooks geeft een goed begin voor de verhouding tussen wetenschap en technologische ontwikkeling. Met enkele verbeteringen hebben we hiervan een nieuw model voor deze tijd kunnen construeren, waar de ontwikkelingen voorafgaand aan en tijdens de ontwikkeling van het NS-spoorboekje 2007 in te plaatsen zijn en wat ook gericht is op de huidige relatie tussen maatschappij en wetenschap.

Of er na de economische crisis een 'nieuwe tijd' aanbreekt en ruimte voor weer een ander model, we zullen het zien...

Bibliografie

- [1] Bush V., 1945. *Science The Endless Frontier. A report to the President by Vannevar Bush, Director of the Office of Scientific Research and Development, July 1945* Washington: United States Government Printing Office. Te vinden op: <http://www.nsf.gov/od/lpa/nsf50/vbush1945.htm>
- [2] Godin B., 2005. *The Linear Model of Innovation: The Historical Construction of an Analytical Framework*. Onderdeel van: *Project on the History and Sociology of STI Statistics*. Working Paper no. 30, 35 p. Gepubliceerd in: *Science, Technology, and Human Values*, 31 (6), November 2006: 639-667. Is verder verschenen in: *Maastricht Economic Research Institute on Innovation and Technology (MERIT), Maastricht, Netherlands, 5 September 2006 en Fifth conference on Triple Hélix, Turin, Italy, 18-21 may 2005*. Te vinden op: http://www.csiic.ca/pdf/godin_30.pdf.
- [3] Stokes D.E., 1997. *Pasteur's Quadrant, Basic Science and Technological Innovation* Washington, D.C.: Brookings Institution Press.
- [4] Schrijver A., 2008, *Wiskunde achter het Spoorboekje*, verschenen in Pythagoras jaargang 48, nummer 2
- [5] Schrijver A., 2005. *On the history of combinatorial optimization (1960)*
- [6] Edmonds J. and Johnson E.L., 1973. *Matching, Euler Tours, and the Chinese Postman* Math. Programm. 5, 88-124. North-Holland Publishing Company.
- [7] Edmonds J. and Karp R.M., 1972. *Theoretical improvements in algorithmic efficiency for network flow problems* Journal of the ACM (JACM), 248-264. New York: ACM.
- [8] Karp R.M., 1972. *Reducibility Among Combinatorial Problems* Te vinden op: <http://www.cs.berkeley.edu/~luca/cs172/karp.pdf>
- [9] Papadimitriou C.H. and Yannakakis M., 1989. *Shortest paths without a map* Theoretical Computer Science, 127-150. Essex: Elsevier Science Publishers Ltd.
- [10] Garg N., 1996. *A 3-approximation for the minimum tree spanning k vertices* Proceedings of the 37th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, 302-309. Washington, D.C.: IEEE Computer Society.
- [11] Sahni S. and Gonzalez T., 1976. *P-complete approximation problems* Journal of the ACM (JACM), 555-565. New York: ACM.

Bijlage A

Interview Lex Schrijver

Gehouden op 19 maart 2019

Heeft u nieuwe wiskunde ontwikkeld voor het maken van het spoorboekje, of heeft u alleen bestaande wiskunde toegepast?

‘Ik heb nieuwe modellen gemaakt, maar daarvoor heb ik alleen bestaande wiskunde toegepast. Het spoornetwerk in Nederland zit erg gecompliceerd in elkaar op een vrij unieke manier, daarom was er nog geen goed algoritme voor dit probleem.’

Waar was u mee bezig toen u gevraagd werd om dit te gaan doen?

‘Ik hield me bezig met combinatorische optimalisering, dus problemen als het Traveling Salesman-probleem en het vierkleurenprobleem. Dit zijn problemen waarbij je uit een eindig aantal mogelijkheden de beste wil kiezen, maar het gaat om zodanig grote aantallen dat dit met de computer niet meer te doen is. De NS heeft een aantal wiskundigen in dienst die het probleem van de dienstregeling duidelijk hadden geformuleerd, en daarmee softwarebedrijven hebben benaderd. Deze bedrijven konden het probleem niet aan. Daarom heeft een wiskundige van de NS toen het CWI benaderd. Omdat ik binnen het ‘wereldje’ van de combinatorische optimalisatie vrij bekend ben, hebben ze mij toen gevraagd.’

Is het werk dat u doet toepassingsgericht of puur?

‘Ik doe vooral de dingen die ik leuk vind. Vaak is dat pure wiskunde, maar soms ook leuke toepassingen zoals het probleem bij de NS. Maar ik heb vrij weinig gepubliceerd over toegepaste wiskunde, ik vind het gewoon leuk om te doen.’

Toen u ervoor koos om zich bezig te gaan houden met combinatorische optimalisatie, speelde het toen een rol dat dit veel toepassingen heeft?

‘Nee, het was puur interesse. De combinatorische optimalisatie heeft veel concrete problemen en je hoeft weinig kennis te hebben om ook daadwerkelijk iets te kunnen doen.’

Waarom wil u zich dan bezighouden met zulke concrete, niet-toegepaste problemen?

‘Puur uit interesse.’

Bent u ook betrokken geweest bij het in praktijk brengen van het spoorboekje?

‘Nee, ik heb alleen de kern ontwikkeld in samenwerking met een programmeur. Daarna heeft een softwarebedrijf het gebruiksvriendelijk gemaakt.’

Er is veel aandacht geweest voor het nieuwe spoorboekje. Is alleen het spoorboekje goed ontvangen, of ook de wiskunde daarachter?

‘Ik heb ook regelmatig negatieve reacties gehad. Ik werd natuurlijk beperkt door de eisen van de NS en daardoor is niet iedereen erop vooruitgegaan. Dat er zoveel aandacht voor het spoorboekje en de wiskunde daarachter is geweest, komt omdat het om een directe toepassing gaat van de wiskunde in iets heel praktisch. Je kunt er makkelijk over vertellen en het spreekt mensen heel erg aan.’

Uw historisch artikel over combinatorische optimalisatie stopt in 1960. Welke mensen zijn daarna nog belangrijk geweest voor dit onderwerp?

‘Jack Edmonds heeft de belangrijkste stoot gegeven voor een wiskundige benadering van praktische problemen. Daarvoor werden er meer ad hoc-methoden gebruikt. Daarnaast zijn Lovász en Seymour belangrijke namen. Dit zijn alledrie wiskundigen die niet praktijkgericht zijn. Overigens was de grafentheorie in eerste instantie niet op toepassingen gericht. Euler modelleerde praktische problemen met een graaf, maar dat was niet het doel van de theorie die daarvoor werd ontwikkeld.’

Is het werk van andere mensen in het verleden die zich met grafentheorie bezighielden toegepast of fundamenteel?

‘Ik denk dat dit werk vergelijkbaar is met het vierkleurenprobleem. Dit is geen probleem wat je wilt oplossen omdat je het ook daadwerkelijk wilt toepassen, maar het is wel concreet, je kunt je er goed een voorstelling van maken. Het NS-probleem was voor de NS als het ware iets ondefinieerbaars, omdat ze moeite hadden met wiskundige termen zoals verzamelingen en functieruimten. Het scheelt veel als je deze manier van denken als achtergrond hebt, omdat je zulke dingen dan niet zelf hoeft te ontwikkelen.’

Herkent u één van de modellen van Bush of Stokes?

‘Ik voel meer voor het tweede model, maar eigenlijk is het niet zo zwart-wit, hoewel dit heel veel gedacht wordt. De cryptografie heeft zijn oorsprong bijvoorbeeld in de algebraïsche getaltheorie, wat een heel ‘fundamenteel’ onderwerp is. Door van een wiskundige ‘truc’ die je in een toepassing gebruikt een methode te maken, kun je dit generaliseren naar fundamentele wiskunde. Fundamentele wiskunde is als het ware een reservoir aan methodes, waarbij niet altijd duidelijk is wat je kunt gebruiken.’

Hoe denkt u over de bezuinigingen op de wetenschap ‘omdat het te ver van de maatschappij af staat en geen praktische toepassingen heeft?’

‘Het belang van bepaald werk wordt vaak onder andere afgemeten aan hoe vaak iets wordt aangehaald in andere artikelen. Op die manier zou je problemen die helemaal niet praktisch zijn, wel zo over laten komen. Er is geen goede maat om uit te rekenen hoe maatschappelijk relevant iets is. Maar je geeft mensen op deze manier eigenlijk geen kans om nieuwe grondslagen te ontwikkelen.’

Zijn er nog steeds nieuwe grondslagen nodig dan?

‘In de 19^e en 20^e eeuw zijn er veel grondslagen ontwikkeld die steeds meer toepassingen blijken te hebben binnen de wiskunde. Het is alleen wel heel moeilijk om juiste grondslagen te ontwikkelen die ook nog universele waarde hebben.

Er is weinig geld voor wetenschappelijk onderzoek in Nederland, desondanks scoren we hoog. Dit komt doordat bij ons de top relatief groot is ten opzichte van een smalle basis omdat we maar een kleine groep wetenschappers hebben. In andere landen zijn er veel meer wetenschappers en daardoor zijn daar de verschillen ook groter.

Het probleem van wetenschap is dat het moeilijk is om te voorspellen wat wel en niet maatschappelijk belangrijk kan zijn. Vaak geldt ook dat het middel veel belangrijker is dan het doel. Vaak ontdek je op weg naar de oplossing van een probleem allerlei andere dingen die je misschien helemaal niet had verwacht.

Om een algoritme te maken voor de dienstregeling, moet je van tevoren een aantal afwegingen maken. Vaak bleek er geen dienstregeling te bestaan die aan alle gestelde eisen voldeed. Dan kregen we een aantal tegenstrijdige eisen. De NS moest deze eisen dan bijstellen zodat we het opnieuw konden proberen.’

De manier waarop in Nederland het spoorboekje is gemaakt is uniek. Hoe wordt dit in het buitenland gedaan?

‘In het buitenland wordt nog steeds vrijwel alles met de hand uitgerekend. Ze werken natuurlijk wel met computers, maar dan puur om dingen op te slaan en zo, in het algemeen hebben ze er geen algoritmes voor. In Duitsland kunnen ze treinen bijvoorbeeld langzamer laten rijden voor een betere aansluiting, in Nederland moet dit allemaal veel strakker verlopen. Door het nieuwe spoorboekje is de NS er flink op vooruitgegaan, in eerste instantie doordat ze meer treinen kunnen laten rijden en later steeds meer op het gebied van punctualiteit.’

Hoe is het project gefinancierd?

‘De NS is natuurlijk een erg groot bedrijf en kon ons daardoor veel vrijheid geven. Het is natuurlijk een riskant onderzoek en we wisten van tevoren niet of het überhaupt zou gaan lukken. Sommige beloften hebben niet waar kunnen maken, terwijl we andere dingen hebben gedaan die we van tevoren nooit hadden kunnen beloven. De NS heeft ons gelukkig veel ruimte gegeven om veel dingen te proberen.’

Hoe lang heeft het hele proces geduurd?

‘Met het omloopprobleem zijn we in 1991 begonnen en dit was in 2003 of 2004 opgelost. In 1995 zijn we begonnen met de dienstregeling. In 2007 is dit afgerond, daarna is het afgestoten naar Operations Research Technieken (Ortec).’

Hoe worden vertragingen opgelost?

‘Dit is nog steeds een onopgelost probleem. Je wilt de vertragingen op hele korte termijn uitdempen en het is moeilijk hier een algoritme te vinden. Ook was het lastig om hier bij het maken van de dienstregeling rekening mee te houden. Je moet dan op andere gebieden concessies doen door bijvoorbeeld minder overstapmogelijkheden of langere overstaptijden te creëren om meer speling te krijgen. Ook is het lastig dat NS Reizigers en Pro Rail twee aparte organisaties

zijn, omdat dit de communicatie moeilijker maakt. Pro Rail gaat bijvoorbeeld ook over goederentreinen, die veel capaciteit nodig hebben en moeilijker zijn te stoppen. Dit is een factor die het extra moeilijk maakt.'

Bijlage B

Interview Leo Kroon

Gehouden op 27 april 2010

Enkele opmerkingen van Leo Kroon naar aanleiding van de inleiding:

- Fundamenteel en toegepast onderzoek kunnen naast elkaar plaatsvinden, maar het is wel onwaarschijnlijk dat dit binnen één persoon gebeurt. Lex Schrijver is hier echter een tegenvoorbeeld van.
- Technologische vernieuwing kan los staan van wetenschap, dan is het meestal meer een soort langzame verbetering van een product.
- De pijlen van Bush kunnen ook de andere kant op wijzen; fundamenteel onderzoek kan ook zijn gebaseerd op praktische problemen.

Wat is uw wiskundige achtergrond?

‘In eerste instantie hield ik me bezig met fundamentele wiskunde, maar ik zag hier niet echt de toepassingen van. Daarna ben ik bij de Erasmus Universiteit gaan werken, bij bedrijfskunde, wat wel een hele toegepaste studie is waarin wiskunde een belangrijke rol speelt. Via een AIO-project ben ik toen in aanraking gekomen met de spoorwegproblematiek en ben ik bij de NS terecht gekomen om te werken aan optimalisatie rondom de planning. Nu hou ik me voornamelijk bezig met toegepaste wiskunde.’

Wat heeft u gedaan met betrekking tot CADANS?

‘Voor CADANS heb ik niet zoveel gedaan. Dons, het programma waarmee NS de basisdienstregeling maakt, bestaat uit een bouwvakplanner en een knooppuntplanner. De eerste plant wat er gebeurt op de sporen tussen de stations in, de tweede regelt wat er op de stations zelf gebeurt. CADANS, de bouwvakplanner, houdt bijvoorbeeld geen rekening met hoeveel treinen er tegelijk op een station kunnen staan, daarom moest die knooppuntplanner worden gemaakt. Dat was dat AIO-project waardoor ik met de NS in aanraking kwam.’

In hoeverre is er contact met andere landen over deze problemen?

‘In andere landen zijn natuurlijk ook teams die onderzoek doen naar deze problematiek. Hiervan zijn soms bijeenkomsten waar ervaringen worden uitgewisseld. Er wordt samengewerkt op onderzoeksgebied; op dit gebied draait het

om publicaties en wissel je op die manier toch al ervaringen uit. Als het om toepassingen gaat is dit natuurlijk een ander verhaal, omdat het daarbij veel meer om de winst draait. Daarom zou Dons ook eventueel naar het buitenland verkocht kunnen worden. De Nederlandse dienstregeling is gebaseerd op het Basis Uur Patroon (BUP). In bijvoorbeeld België is dat niet zo, daarom zou er wel het een en ander moeten worden aangepast als ze Dons zouden willen kopen.

Ook in Nederland willen we meer van het BUP afwijken, door in de spitsuren meer passagierstreinen te laten rijden dan in de daluren. Voor goederentreinen worden zogenaamde ‘slots’ gepland in de dienstregeling, maar deze worden lang niet altijd gebruikt. Je zou natuurlijk willen dat er in de spits minder goederentreinen rijden, en buiten de spits meer. Het is echter lastig om dit te regelen, omdat de treinen wel op elkaar aan moeten blijven sluiten. Vorig jaar hebben we geëxperimenteerd met ETMET, Elke Tien Minuten Een Trein. Op het traject Amsterdam-Eindhoven reden toen zes intercity’s en zes stoptreinen per uur in de spits, in de daluren waren dat er 4. Dit bleek nauwelijks haalbaar te zijn omdat het slecht op elkaar aansloot. Als we dit in de toekomst meer willen doen, zullen we het algoritme van Lex Schrijver uit moeten breiden.’

Hoe is de NS nog bezig met CADANS?

‘Aanpassingen en onderhoud van het algoritme worden door Ortec gedaan. Zij zouden in principe ook wel kunnen worden ingeschakeld om het algoritme te verbeteren. We hebben het hier dus over die ‘langzame aanpassingen’ in plaats van ‘nieuw’ onderzoek. Daarnaast onderhoudt de NS ook contact met onderzoeksinstituten (universiteiten en dergelijke) en we doen veel onderzoek in samenwerking met stagiairs en AIO’s.’

Waarom hebben jullie Lex Schrijver gevraagd om aan de dienstregeling te werken?

‘Schrijver is een hele bekende naam op het gebied van grafentheorie en combinatorische optimalisering. Hij was trouwens vooral theoretisch bezig. Overigens is het succes van het uiteindelijke algoritme meer te danken aan de slimme implementatie van Adrie Steenbeek dan aan de theorie die erachter zit.

Er is op zich weinig aan CADANS gedaan nadat het af was. Een van de zwakke punten van het algoritme is dat het stopt als het een dienstregeling heeft gevonden die aan alle gestelde eisen voldoet, terwijl er wellicht nog andere dienstregelingen mogelijk zijn die in bepaalde opzichten beter zijn. Er is dus zeker nog ruimte voor verbetering. Door je eisen bij te stellen kun je natuurlijk wel andere dienstregelingen maken waaruit je de ‘beste’ kunt kiezen, maar dan is het een kwestie van uitproberen en niet van optimalisatie.’

Wat voor systeem had de NS voor CADANS?

‘De dienstregeling werd helemaal handmatig gemaakt. Op een gegeven moment werden er wel computers gebruikt, maar niet als actieve ondersteuning, slechts om dingen makelijker te kunnen invoeren en opslaan. Nu is trouwens ook lang niet alles geautomatiseerd. Met behulp van CADANS wordt een basisdienstregeling gemaakt die vervolgens voor specifieke kalenderdagen wordt aangepast, als er bijvoorbeeld werkzaamheden zijn aan het spoor. Hiervoor hebben we wel bepaalde modellen, je moet natuurlijk rekening houden met het feit dat er al een dienstregeling is en je wil voor het personeel de individuele diensten zoveel mogelijk behouden. Hierdoor krijgen we niet altijd een opti-

male oplossing, omdat er te veel randvoorwaarden zijn. Verschillen in spits- en daluren en de regeling aan het eind van de dag worden met de hand gemaakt, omdat deze afwijken van het cyclische patroon. Ook vertragingen worden met de hand bijgestuurd. Momenteel zijn we vooral bezig met het verbeteren van zulke modellen. We gebruiken nog steeds veel wiskunde, maar we doen geen fundamenteel onderzoek. Door onze bevindingen te generaliseren zou je er natuurlijk wel weer fundamentele wiskunde van kunnen maken, maar dat is niet waar we ons mee bezig houden. In bijvoorbeeld Duitsland en Zwitserland is wel meer theoretische wiskunde ontstaan uit onderzoek naar de spoorwegproblematiek. Maar wij werken echt toepassingsgericht.'

Wat vindt u van de modellen van Bush en Stokes?

'Lenstra heeft ooit gezegd: "Er is toegepaste wiskunde en er is nog niet toegepaste wiskunde." Ik geloof niet dat je uiteindelijk alle wiskunde kunt toepassen, maar het is niet te voorspellen wat wel en niet toepasbaar zal zijn. Vroeger konden ze bijvoorbeeld niet vermoeden dat de getaltheorie zoveel belangrijke toepassingen zou hebben in de computerbeveiliging.'

Waarom is de wiskunde achter het spoorboekje zo goed ontvangen?

'Wiskunde staat over het algemeen vrij ver van de werkelijkheid af, terwijl dit een probleem is waarbij iedereen zich wel iets kan voorstellen. De overheid wil het gebruik van het openbaar vervoer stimuleren om het fileprobleem op te lossen, en omdat voor elkaar te krijgen zal het ov moeten worden verbeterd. Dit is dus een toepassing waar heel veel mensen baat bij hebben.'