Opgaven Lineaire Programmering

donderdag 20 november 2008.

4. Beschouw het lineaire programma uit opgave 2, waarbij we nu x_1 en x_2 niet-negatief veronderstellen. Het domein D van alle uitvoerbare oplossingen bestaat nu uit die vectoren $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+$ die voldoen aan:

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\le 12 \ , \\ x_1 + x_2 &\le 6 \ , \\ x_1 + 2x_2 &\le 10 \ . \end{aligned}$$

   (a) Schrijf de bovenstaande restricties in vergelijkingsvorm. (Je vindt dan een 3×5-matrix A.)

   (b) Voor welke drietallen $B \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ is de matrix A_B niet-singulier?

   (c) Bepaal bij elk drietal B uit (b) de oplossing $\vec{x}_B$ van het stelsel $A_B\vec{x} = \vec{b}$. Door buiten B nullen te schrijven krijg je zo bij elk drietal B een punt $\vec{x} \in \mathbb{R}^5$.

   (d) Laat bij elk van deze punten zien met welk punt in het tweedimensionale plaatje bij opgave 2 het correspondeert. Welke van de in (c) gevonden punten in $\mathbb{R}^5$ komen overeen met hoekpunten van het domein D? Dit zijn de basale uitvoerbare oplossingen. Waardoor onderscheiden deze zich van de andere oplossingen van het stelsen $A\vec{x} = \vec{b}$?

5. Welke van de volgende verzamelingen zijn convex? (Bewijs je antwoord.)

   (a) $\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \|\vec{x}\| \le 3 \}$

   (b) $\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^2_+ \mid x_1x_2 \ge 6 \}$

   (c) $\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^2 \mid x_1x_2 \ge 6 \}$

   (d) $\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le \pi, 0 \le y \le \sin x \}$