

Opgaven Lineaire Programmering

donderdag 20 november 2008.

4. Beschouw het lineaire programma uit opgave 2, waarbij we nu x_1 en x_2 niet-negatief veronderstellen. Het domein D van alle uitvoerbare oplossingen bestaat nu uit die vectoren $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2$ die voldoen aan:

$$3x_1 + x_2 \leq 12 ,$$

$$x_1 + x_2 \leq 6 ,$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10 .$$

- (a) Schrijf de bovenstaande restricties in vergelijksvorm. (Je vindt dan een 3×5 -matrix A .)
- (b) Voor welke drietallen $B \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ is de matrix A_B niet-singulier?
- (c) Bepaal bij elk drietal B uit (b) de oplossing \vec{x}_B van het stelsel $A_B \vec{x} = \vec{b}$. Door buiten B nullen te schrijven krijg je zo bij elk drietal B een punt $\vec{x} \in \mathbb{R}^5$.
- (d) Laat bij elk van deze punten zien met welk punt in het tweedimensionale plaatje bij opgave 2 het correspondeert. Welke van de in (c) gevonden punten in \mathbb{R}^5 komen overeen met hoekpunten van het domein D ? Dit zijn de basale uitvoerbare oplossingen. Waardoor onderscheiden deze zich van de andere oplossingen van het stelsel $A\vec{x} = \vec{b}$?
5. Welke van de volgende verzamelingen zijn convex? (Bewijs je antwoord.)
- (a) $\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \|\vec{x}\| \leq 3 \}$
- (b) $\{ \vec{x} \in \mathbb{R}_+^2 \mid x_1 x_2 \geq 6 \}$
- (c) $\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 x_2 \geq 6 \}$
- (d) $\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin x \}$