

OPGAVE TOEGEPASTE WISKUNDE

6 februari 2009

1. Een computerbestand van 1MB (= 8.000.000 bits), bestaat voor 90% uit nullen en voor 10% uit enen, zo op het oog lukraak verdeeld. Directe opslag hiervan is geen efficiënt geheugengebruik.
 - (a) Hoeveel bits zijn er, volgens de theorie van Shannon, minstens nodig om dit bestand te beschrijven, aangenomen dat het bovenstaande de enige beschikbare a priori informatie is.
 - (b) Bedenk een code die het bestand gemiddeld minstens tot de helft comprimeert.
 - (c) Hoeveel bestanden van het in de aanhef beschreven type bestaan er eigenlijk? Benader de logaritme van dat aantal met behulp van de formule van Stirling voor $n!$, en beantwoord hiermee opnieuw onderdeel (a).

De formule van Stirling luidt:

$$n! \sim \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n .$$

Hiermee wordt bedoeld dat het quotiënt van het linker- en het rechterlid naar 1 gaat als n tot oneindig nadert.