

## PROEFTENTAMEN CALCULUS 1

1. Welke van de onderstaande gevolgtrekkingen gaan op voor *elk* complex getal  $z$ ?

(a)  $z^2 = \bar{z} \implies z^3 = 1$ ;

(b)  $z^3 = 1 \implies z^2 = \bar{z}$ ;

(c)  $z^3 - iz^2 - iz = 1 \implies z^8 = 1$ .

Bewijs je antwoorden.

2. Bereken de volgende limieten

(a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$  ;

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n}$  .

3. Bereken de limiet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left( \sqrt[5]{n^5 + 3} - n \right).$$

*Hint:* Als  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt[5]{x}$ , dan is  $f'(1) = \frac{1}{5}$ .

4. We beschouwen de reeks  $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + \dots$  met  $z = \frac{1+i}{2}$ . Laat  $S$  de som van deze reeks aanduiden.

(a) Laat zien dat  $z^4$  een negatief rationaal getal is, en bepaal de som  $V := 1 + z^4 + z^8 + z^{12} + z^{16} + \dots$

(b) Geef in een tekening de eerste acht partiële sommen aan van de reeks  $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7 + z^8 + \dots$

(c) Toon aan dat  $S = (1 + z + z^2 + z^3)V$ , en bereken hieruit  $S$ .

(d) Bereken  $S$  ook direct uit de formule voor de som van een meetkundige reeks met complexe rede.