

Huiswerk week 4

Opgave 13.

Bepaal de hoogte en het volume van de grootste cilinder (qua volume) die in een kogel van straal r past.

Opgave 14.

Baron Münchhausen wordt op zijn kogel met een hoek van α tegen de grond en een snelheid van v afgevuurd. Zijn traject wordt beschreven door

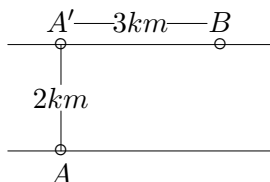
$$(x, y) = (v \cos(\alpha)t, v \sin(\alpha)t - \frac{g}{2}t^2),$$

waarbij g de acceleratie door de aantrekking van de aarde is (dus ongeveer $9.81 \frac{m}{s^2}$).

- (i) Na welke tijd t komt de Baron weer naar de grond?
- (ii) Bepaal de hoek α zo dat de Baron zo ver als mogelijk op zijn kogel kan rijden.
- (iii) Als de Baron van een hogere punt (bijvoorbeeld zijn dakterras) wordt afgevuurd, moet de optimale hoek α dan groter of kleiner gekozen worden?

Opgave 15.

Iemand wil van een punt A aan de oever van een $2km$ breed meer naar een punt B aan de overkant van het meer. Het punt A' rechtstreeks tegenover A aan de overkant heeft een afstand van $3km$ van het punt B . Op het meer (zonder stroming) kan hij met een snelheid van $3km/h$ zwemmen, aan land loopt hij met een snelheid van $6km/h$. Wat is de snelste weg om van A naar B te komen?



Opgave 16.

Rupsje *Altijdlui*, het broertje van een veel bekender rupsje, stond onder aan een plant toen een raar gevoel hem bekreep. Hij bedacht zich dat dit misschien wel de laatste plant zou zijn waar hij in zou kruipen en lekker van zou eten voordat hij zich zou verpoppen. Deze gedachte stemde rupsje *Altijdlui* niet verdrietig, want hij had de plant al goed bestudeerd zodat hij wist dat de energiewaarde van alle blaadjes op een hoogte h gegeven wordt door de functie $E(h)$ met domein $[0, 60]$, gedefinieerd door:

$$E(h) = \begin{cases} 2h^2 & 0 \leq h \leq 10 \\ -\frac{1}{4}h^2 + 17h + 55 & 10 < h \leq 60 \end{cases}$$

Rupsje *Altijdlui* had het plan op gevat om eerst tot een bepaalde hoogte te klimmen, onderweg geen blaadjes te eten om zich daar de blaadjes lekker te laten smaken. Het kost rupsje *Altijdlui* de energiewaarde $13h$ om tot een hoogte h te klimmen.

- (i) Maak een schets van de functie $E(h)$.
- (ii) Is $E(h)$ continu in het punt $h = 10$?
- (iii) Is $E(h)$ differentieerbaar in het punt $h = 10$?
- (iv) Op welke hoogte hebben de blaadjes de hoogste energiewaarde?
- (v) Bepaal de hoogte tot waar rupsje *Altijdlui* het beste kan klimmen om daar van de blaadjes te genieten, zodat hij de meeste energie over heeft om zich te verpoppen tot majestueuze vlinder?
Hoeveel energie blijft er op deze hoogte over voor het verpoppen?

Webpagina: <http://www.math.ru.nl/~souvi/calcanalyse/calcanalyse.html>