

Huiswerk week 5

Opgave 17.

Bepaal primitieven $F(x)$ voor de volgende functies:

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} f(x) := \frac{1}{1+x}, & \text{(ii)} f(x) := \frac{x}{1+x}, \\ \text{(iii)} f(x) := \frac{a^x}{b^x} \text{ met } a, b > 0, a, b \neq 1, & \text{(iv)} f(x) := \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \\ \text{(v)} f(x) := \frac{1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}}, & \text{(vi)} f(x) := \frac{1}{1 + \sin(x)}, \end{array}$$

Opgave 18.

Bereken de volgende integralen:

$$\text{(i)} \int_0^1 (1-x)^n dx \text{ voor } n \in \mathbb{N} \quad \text{(ii)} \int_0^\pi \sin(mx) dx \text{ voor } m \in \mathbb{Z}.$$

Opgave 19.

Bepaal de volgende integralen door partiële integratie:

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} \int x^2 e^x dx, & \text{(ii)} \int \sqrt{x} \ln(x) dx, & \text{(iii)} \int \ln^2(x) dx, \\ \text{(iv)} \int \ln^3(x) dx, & \text{(v)} \int \cos(\ln(x)) dx, & \text{(vi)} \int x \arctan(x) dx. \end{array}$$

Opgave 20.

Bewijs de volgende reductie formules (m.b.v. partiële integratie):

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} \int \sin^n(x) dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1}(x) \cos(x) + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2}(x) dx; \\ \text{(ii)} \int \cos^n(x) dx = \frac{1}{n} \cos^{n-1}(x) \sin(x) + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2}(x) dx; \\ \text{(iii)} \int \frac{1}{(x^2+1)^n} dx = \frac{1}{2n-2} \frac{x}{(x^2+1)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2n-2} \int \frac{1}{(x^2+1)^{n-1}} dx. \end{array}$$

Hint: Schrijf $\frac{1}{(x^2+1)^n} = \frac{1+x^2-x^2}{(x^2+1)^n} = \frac{1}{(x^2+1)^{n-1}} - \frac{x^2}{(x^2+1)^n}.$