Huiswerk week 5

Opgave 17.
Bepaal primitieven $F(x)$ voor de volgende functies:

$$\text{(i) } f(x) := \frac{1}{1+x}, \qquad \text{(ii) } f(x) := \frac{x}{1+x},$$
$$\text{(iii) } f(x) := \frac{a^x}{b^x} \text{ met } a,b>0,\ a,b \neq 1, \qquad \text{(iv) } f(x) := \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}},$$
$$\text{(v) } f(x) := \frac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}}, \qquad \text{(vi) } f(x) := \frac{1}{1+\sin(x)},$$

Opgave 18.
Bereken de volgende integralen:

$$\text{(i) } \int_0^1 (1-x)^n \, dx \text{ voor } n \in \mathbb{N} \qquad \text{(ii) } \int_0^\pi \sin(mx)\, dx \text{ voor } m \in \mathbb{Z}.$$

Opgave 19.
Bepaal de volgende integralen door partiële integratie:

$$\text{(i) } \int x^2 e^x \, dx, \qquad \text{(ii) } \int \sqrt{x}\, \ln(x)\, dx, \qquad \text{(iii) } \int \ln^2(x)\, dx,$$
$$\text{(iv) } \int \ln^3(x)\, dx, \qquad \text{(v) } \int \cos(\ln(x))\, dx, \qquad \text{(vi) } \int x \arctan(x)\, dx.$$

Opgave 20.
Bewijs de volgende reductie formules (m.b.v. partiële integratie):

$$\text{(i) } \int \sin^n(x)\, dx = -\frac{1}{n}\sin^{n-1}(x)\cos(x) + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2}(x)\, dx;$$
$$\text{(ii) } \int \cos^n(x)\, dx = \frac{1}{n}\cos^{n-1}(x)\sin(x) + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2}(x)\, dx;$$
$$\text{(iii) } \int \frac{1}{(x^2+1)^n}\, dx = \frac{1}{2n-2}\,\frac{x}{(x^2+1)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2n-2}\int \frac{1}{(x^2+1)^{n-1}}\, dx.$$

Hint: Schrijf $\frac{1}{(x^2+1)^n} = \frac{1+x^2-x^2}{(x^2+1)^n} = \frac{1}{(x^2+1)^{n-1}} - \frac{x^2}{(x^2+1)^n}$.

Webpagina: http://www.math.ru.nl/~souvi/calcanalyse/calcanalyse.html