

Huiswerk week 6

Opgave 21.

Bepaal de volgende integralen m.b.v. substitutie:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \int e^x \sin(e^x) dx, \quad \text{(ii)} \int x e^{-x^2} dx, \quad \text{(iii)} \int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx, \quad \text{(iv)} \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx, \\ \text{(v)} \int \frac{\ln(x)}{x} dx, \quad \text{(vi)} \int \ln(\cos(x)) \tan(x) dx, \quad \text{(vii)} \int \frac{\ln(\ln(x))}{x \ln(x)} dx. \end{aligned}$$

Opgave 22.

Bepaal de volgende integralen (bijvoorbeeld m.b.v. substitutie):

$$\begin{aligned} \text{(i)} \int x(x^2 - 1)^{99} dx, \quad \text{(ii)} \int \frac{\ln(\ln(x))}{x} dx, \quad \text{(iii)} \int \frac{e^x}{e^{2x} + 2e^x + 1} dx, \\ \text{(iv)} \int e^{e^x} e^x dx, \quad \text{(v)} \int x \sqrt{1-x^2} dx, \quad \text{(vi)} \int \frac{\tan(ax)}{\cos(ax)} dx. \end{aligned}$$

Opgave 23.

Laat zien dat de volgende integratie regels gelden:

$$\text{(i)} \int (f(x))^n f'(x) dx = \frac{1}{n+1} f(x)^{n+1}, \quad \text{(ii)} \int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)}.$$

Opgave 24.

Bepaal een primitieve van

$$f(x) := \frac{x+a}{x^2+2bx+c}.$$

Aanwijzing: Door de teller als $x+a = \frac{1}{2}(2x+2b) + (a-b) = \frac{1}{2}(x^2+2bx+c)' + (a-b)$ te herschrijven, wordt de functie in twee handigere breuken opgesplitst. Verder is het handig om de noemer te herschrijven als $x^2+2bx+c = (x+b)^2 + (c-b^2)$. In het vervolg moeten de gevallen $c > b^2$, $c = b^2$ en $c < b^2$ apart bekeken worden.

Webpagina: <http://www.math.ru.nl/~souvi/calcanalyse/calcanalyse.html>