

Huiswerk week 4

Opgave 11.

Zij $n = 2m + 1$ een oneven natuurlijk getal. De 10^n getallen met n cijfers (getallen mogen met een of meer nullen beginnen) worden op streepjes papier geschreven. Twee streepjes papier worden als equivalent beschouwd als de een door omdraaien (op z'n kop stellen) gelijk aan de andere wordt. Bijvoorbeeld zijn de streepjes 0698161 en 1918690 equivalent (omdat 0, 1, 6, 8, 9 omgedraaid de cijfers 0, 1, 9, 8, 6 geven, de kleine afwijkingen bij de 1 verwaarlozen we gewoon).

Bepaal het aantal streepjes op equivalentie na.

Opgave 12.

Zij $G \leq S_n$ een permutatie groep op $\{1, \dots, n\}$. Dan werkt G door $(i, j)^\sigma := (i^\sigma, j^\sigma)$ ook op de geordende paren met $1 \leq i, j \leq n$ en deze werking geeft een permutatiegroep P op n^2 punten (die isomorf met G is).

- (i) Bewijs dat het cykel index polynoom $Z_P(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n^2})$ voor P helemaal door het cykel index polynoom $Z_G(X_1, X_2, \dots, X_n)$ vast ligt en geef aan hoe $Z_P(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n^2})$ uit $Z_G(X_1, X_2, \dots, X_n)$ geconstrueerd kan worden.

(Hint: Ga na dat de cykel structuur voor de werking van σ op de paren vast ligt door de cykel structuur van de werking van σ op $\{1, \dots, n\}$.

- (ii) Bepaal het cykel index polynoom voor de werking van S_5 op de geordende paren.
- (iii) Bepaal het cykel index polynoom voor de werking van S_6 op de geordende paren.

Opgave 13.

Bepaal voor de kubus en de octaëder telkens

- (i) het aantal verschillende kleuringen van de zijvlakken met r kleuren;
- (ii) het aantal verschillende kleuringen van de zijvlakken waarbij precies 3 kleuren worden gebruikt.

Hierbij beschouwen we twee kleuringen als hetzelfde als ze door een rotatie van het veelvlak in elkaar getransformeerd kunnen worden.

Opgave 14.

In de scheikunde spelen vaak verbindingen een rol waarbij een koolstofatoom in het middelpunt van een tetraëder zit en op de hoekpunten van de tetraëder vier radicalen geplaatst zijn.

Stel er zijn 4 mogelijke typen van radicalen (bijvoorbeeld HOCH_2 , C_2H_5 , Cl , H)

- (i) Laat zien dat er 36 verschillende typen van verbindingen zijn.
- (ii) Laat zien dat er 11 verschillende typen van verbindingen zijn die precies één H-radicaal bevatten.
- (iii) Hoeveel verschillende typen van verbindingen zijn er die telkens 0, 1, 2, 3 of 4 H-radicalen bevatten?

Webpagina: http://www.math.ru.nl/~souvi/dw1_10/dw1.html