

Huiswerk week 1

Opgave 1. Voor $e \geq 1$ zij $n = 2e + 1$ en zij $C \subseteq \mathbb{F}_q^n$ de n -herhalingscode over $\mathbb{F}_q$, d.w.z. de 1-dimensionale code voortgebracht door $(1, 1, \dots, 1)$.

- (i) Laat zien dat C een e -foutcorrigerende code is.
- (ii) Laat zien dat C perfect is dan en slechts dan als $q = 2$.

Opgave 2.

Zij C een binaire $[2m+1, m]$ -code met $C \subseteq C^\perp$. Beschrijf de vectoren in $C^\perp \setminus C$. (Hint: C is een lineaire deelruimte van $C^\perp$.)

Opgave 3.

Zij C een Hamming code van lengte $n = (q^k - 1)/(q - 1)$ over $\mathbb{F}_q$ en zij $C^\perp$ de duale code van C .

- (i) Laat zien dat $C^\perp$ minimum afstand q^{k-1} heeft.
- (ii) Laat zien dat ieder paar codewoorden $x \neq y$ in $C^\perp$ afstand q^{k-1} heeft.
- (iii) Laat zien dat ieder element $a \in \mathbb{F}_q$ in $|C^\perp|/q$ codewoorden van $C^\perp$ in de i -de coördinaat voorkomt.

Opgave 4.

Zij p een priemgetal. Laat zien dat er een zelfduale $[8, 4]$ -code over $\mathbb{F}_p$ bestaat. (Hint: Onderscheid de gevallen $p = 2$, $p \equiv 1 \pmod{4}$ en $p \equiv 3 \pmod{4}$ en bedenk een voortbrengende matrix in standaard vorm.

Maak voor het geval $p \equiv 1 \pmod{4}$ gebruik ervan dat -1 een kwadraat in $\mathbb{F}_p$ is, d.w.z. dat er een $a \in \mathbb{F}_p$ is met $a^2 = -1$.

Maak voor het geval $p \equiv 3 \pmod{4}$ gebruik ervan dat er $a, b \in \mathbb{F}_p$ zijn met $a^2 + b^2 = -1$.)

Webpagina: http://www.math.ru.nl/~souvi/dw2_10/dw2.html