Permutatie groepen in MAGMA

De volledige symmetrische groep S_n op n punten krijgt men in MAGMA door een van

```
G := SymmetricGroup(n);
G := Sym(n);
```

Net zo krijgt men de alternerende groep A_n door `AlternatingGroup(n)` of kort `Alt(n)`, de diëder groep D_{2n} door `DihedralGroup(n)` (let op de n) en de cyclische groep C_n door `CyclicGroup(n)`.

Een enkele permutatie wordt of in cykel schrijfwijze of door een lijst van de beelden van $1, \dots, n$ aangegeven. In elk geval moet (met de 'bang' operator `!`) aangegeven worden, in welke symmetrische groep een element ligt.

```
a := Sym(5) ! (1,2)(3,4);
b := Sym(5) ! [2,1,4,3,5];
```

geven dus hetzelfde element.
Vermenigvuldiging van twee permutaties wordt met een sterretje geschreven, werking van een permutatie op een punt met een hoedje:

```
a * b;
1^Sym(5)!(1,2)(3,4);
```

Let op dat `(1,2)(3,4) * (2,3)(4,5)` niet werkt, omdat niet aangegeven is op hoeveel punten de permutaties eigenlijk werken.

Een ondergroep krijgt men met de `sub` constructor, bijvoorbeeld door

```
G := sub< Sym(5) | (1,2,3,4,5), (2,3,5,4) >;
```

Belangrijke informatie over een groep zo als orde, voortbrengers en de volledige tralie van ondergroepen krijgt men door:

```
Order(G); #G;
Generators(G);
Subgroups(G);
```

De actie van A_5 op de ribben van een icosaëder heeft als stabilisator van een ribbe een cyclische groep C_2 van orde 2, daarom is deze actie van A_5 equivalent met de actie op de restklassen van A_5/C_2. Deze actie krijgt men door

```
C2 := sum< Sym(5) | (1,2)(3,4) >;
A5 := Alt(5);
H := CosetImage(A5, C2);
```

Om ook het homomorfisme van A_5 naar het beeld `H` van deze actie te krijgen, is er de functie `CosetAction`, die de homorfisme, het beeld en de kern terug geeft:

```
phi, H, K := CosetAction(A5, C2);
```

Het homomorphisme `phi` dat van `A5` naar `H` gaat, kan in beide richtingen toegepast worden:

```
A5.1 @ phi;
H.1 @@ phi;
```

Hierbij is `A5.1` de eerste voortbrenger van `A5`. Merk op dat `H.1 @@ phi` een willekeurige representant van de restklasse modulo `K` geeft, die door `phi` op `H.1` afgebeeldt wordt.

Internet: http://www.math.ru.nl/~souvi/groepen_04