Opgaven 4

Opgave 11.
Zij $G := \langle x, y \mid x^2, y^3 \rangle$. Toon aan dat G oneindig is. (Hint: Vind 2×2 matrices X en Y over $\mathbb{Z}$ die orde 2 en 3 hebben, maar waarvan het product oneindige orde heeft.)

Opgave 12.
Zij $G := \langle x_0, x_1, \ldots, x_n \mid x_0^3, x_i^2, 1 \leq i \leq n, (x_i x_{i+1})^3, 0 \leq i < n, (x_i x_{j+1})^2, 0 \leq i < j < n \rangle$. Bewijs dat $G \cong A_{n+3}$. (Hint: Inductie over n, analoog met het tijdens het college behandelde geval van S_{n+1}.)

Opgave 13.
Zij $F := \langle x_1, \ldots, x_n \mid \rangle$ de vrije groep op n voortbrengers en zij $H \leq F$ de ondergroep van F die de woorden van even lengte in de voortbrengers x_i en hun inversen bevat. Bepaal een stelsel van voortbrengers voor H.

Opgave 14.
Zij $G := \langle x, y, z \mid x^2, y^2, z^2(xy)^3, (yz)^3, [x, y] \rangle$ en $H := \langle xy, zxyz \rangle \leq G$. Voer het Todd-Coxeter algoritme voor de restklassen van H in G uit. Wat kun je hieruit concluderen?

Opgave 15.
Zij $G := \langle x, y \mid x^4, y^4, yx = x^2 y^2 \rangle$. Bepaal de orde van G.

Opgave 16.
Zij $G := \langle x, y \mid x^2 yxy^3, y^2 xyx^3 \rangle$. Bepaal de index van $H := \langle x \rangle$ in G.

Opgave 17.
Zij $G := \langle x, y \mid x^5, y^2, (xy)^3 \rangle (\cong A_5)$ en $H := \langle xy, x^{-1}yx \rangle \leq G$. Bereken een presentatie van H en vereenvoudig deze zo ver mogelijk (bijvoorbeeld tot 2 voortbrengers en 3 relaties).

Internet: http://www.math.ru.nl/~souvi/groepen_04