Opgaven week 1

Opgave 1.
Voor een stelsel lineaire vergelijkingen

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + \cdots + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + \cdots + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + \cdots + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array} \qquad (*)$$

noemen we het stelsel waarbij alle b_j door 0 zijn vervangen het *bijhorende homogene stelsel* vergelijkingen.

i) Laat zien dat voor twee oplossingen $(s_1, \ldots, s_n)$ en $(s'_1, \ldots, s'_n)$ van het originele stelsel $(*)$ het verschil $(s_1 - s'_1, \ldots, s_n - s'_n)$ een oplossing van het bijhorende homogene stelsel is.

ii) Concludeer dat een stelsel lineaire vergelijkingen alleen maar een eenduidige oplossing heeft als het bijhorende homogene stelsel de triviale oplossing $(x_1, \ldots, x_n) = (0, \ldots, 0)$ als enige oplossing heeft.

Opgave 2.
Bekijk het volgende stelsel vergelijkingen:

$$\begin{aligned} ax + by &= e \\ cx + dy &= f \end{aligned}$$

waarbij niet alle coëfficiënten a, b, c, d nul zijn.

i) Laat zien dat het stelsel een eenduidige oplossing heeft als $ad - bc \neq 0$. Geef in dit geval de oplossing aan.

ii) Laat zien dat het stelsel geen oplossing heeft als $ad - bc = 0$ maar $af - ce \neq 0$ of $bf - de \neq 0$.

iii) Laat zien dat het stelsel een vrije parameter heeft als $ad - bc = 0$ en $af - ce = 0$ en $bf - de = 0$. Geef ook voor dit geval de oplossing expliciet aan.

Opgave 3.
In een experiment zijn de resultaten afhankelijk van een parameter t. Gemeten worden de drie waarden $y = 0$ voor $x = 0$, $y = t$ voor $x = 1$ en $y = 3t$ voor $x = 2$. Geef een veelterm $a_2x^2 + a_1x + a_0$ van graad 2 aan die door deze drie punten gaat (de coëfficiënten zijn natuurlijk van t afhankelijk).

Opgave 4.
Opgave 1.3.7 uit het dictaat.

Webpagina: http://www.math.ru.nl/~souvi/la1_07/la1.html