

Opgaven week 4

Opgave 12.

Bereken de inversen van

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}.$$

Schrijf de matrices A , A^{-1} , B en B^{-1} als producten van elementaire matrices.

Opgave 13.

Zij $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Bepaal een matrix $X \in M_3(\mathbb{R})$ met $A \cdot X = B$.

Opgave 14.

Bepaal de determinanten van

$$A = \begin{pmatrix} 1+t & 1 & 1 \\ 1 & 1+t & 1 \\ 1 & 1 & 1+t \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Opgave 15.

Laten $A, B, C, D \in M_2(\mathbb{R})$ en zij

$$M := \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{R}).$$

Geldt $\det M = \det(AD - BC)$? Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld.

Opgave 16.

Opgave 3.2.6 uit het dictaat: Leid uit de eigenschappen D2, D4 en D5 voor de determinant de volgende eigenschappen voor elementaire matrices af:

- i) $\det E_{ij}(a) = 1$, $\det P_{ij} = -1$ en $\det D_i(a) = a$.
- ii) $\det EB = \det E \det B$ voor iedere $n \times n$ matrix B en iedere elementaire matrix E .
- iii) Leid uit ii) af met inductie naar s dat

$$\det E_1 \dots E_s B = \det E_1 \dots \det E_s \cdot \det B = \det(E_1 \dots E_s) \cdot \det B$$

voor ieder stel elementaire matrices E_1, \dots, E_s .