

Opgaven week 6

Opgave 21.

Zij $A \in M_n(\mathbb{R})$ een inverteerbare matrix en zij $\text{adj}A$ de geadjungeerde matrix van A .

- i) Bepaal $\det(\text{adj}A)$ (met betrekking tot $\det A$).
- ii) Laat zien dat $\text{adj}A^{-1} = (\text{adj}A)^{-1}$.
- iii) Druk $\text{adj}(\text{adj}A)$ zo eenvoudig mogelijk uit (i.h.b. zonder adj).

Opgave 22.

Zij $A \in M_n(\mathbb{C})$.

- i) Laat zien dat $\det(xI_n - A)$ een veelterm van graad n in x is, d.w.z.

$$\det(xI_n - A) = x^n + c_{n-1}x^{n-1} + \dots + c_1x + c_0 = x^n + \sum_{i=0}^{n-1} c_i x^i.$$

- ii) Laat zien dat $c_0 = (-1)^n \det A$.
- iii) Laat zien dat $c_{n-1} = -(A_{11} + A_{22} + \dots + A_{nn}) = -(\sum_{i=1}^n A_{ii})$.

(Aanwijzing: Gebruik inductie.)

Opgave 23.

Bepaal de eigenwaarden en eigenvectoren voor de matrices

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad B := \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Opgave 24.

Zij A een symmetrische $n \times n$ matrix, d.w.z. $A = A^t$. Laat zien dat voor eigenvectoren v en w van A voor verschillende eigenwaarden $\lambda \neq \mu$ geldt dat $v^t \cdot w = 0$. (Aanwijzing: Bekijk het product $v^t A w$.)

Webpagina: http://www.math.ru.nl/~souvi/la1_07/la1.html