

Oefenopgaven week 8

Opgave XXXVI

Bepaal voor de volgende stelsels lineaire vergelijkingen de verzamelingen van oplossingen:

$$(i) \quad \begin{aligned} x_1 + 3x_2 &= 5 \\ 2x_1 + 6x_2 &= 10 \end{aligned}$$

$$(ii) \quad \begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

$$(iii) \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \end{aligned}$$

$$(iv) \quad \begin{aligned} 2x_1 + x_2 - x_3 &= 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= 4 \end{aligned}$$

$$(v) \quad x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1$$

$$(vi) \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 5 \\ x_1 - x_2 &= -1 \end{aligned}$$

$$(vii) \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \end{aligned}$$

Opgave XXXVII

Ga na welke van de volgende stelsels lineaire vergelijkingen een oplossing hebben:

$$(i) \quad \begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 4 \end{aligned}$$

$$(ii) \quad \begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 2 \end{aligned}$$

$$(iii) \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 3 \end{aligned}$$

$$(iv) \quad \begin{aligned} x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \\ 4x_1 + x_2 + 8x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\
 \text{(v)} \quad 2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 3 \\
 x_1 - 4x_2 + 7x_3 &= 4
 \end{aligned}$$

Opgave XXXVIII

Bepaal voor het stelsel lineaire vergelijkingen

$$\begin{aligned}
 r \cdot x + y + z &= 1 \\
 x + r \cdot y + z &= 1 \\
 x + y + r \cdot z &= 1
 \end{aligned}$$

de verzameling van oplossingen, afhankelijk van de parameter $r \in \mathbb{R}$.

Opgave XXXIX

Zij $W := \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0\} \subset \mathbb{R}^5$ de deelruimte van vectoren met coördinaatsom 0. De vectoren

$$\begin{aligned}
 u_1 &= (2, -3, 4, -5, 2), & u_2 &= (-6, 9, -12, 15, -6), \\
 u_3 &= (3, -2, 7, -9, 1), & u_4 &= (2, -8, 2, -2, 6), \\
 u_5 &= (-1, 1, 2, 1, -3), & u_6 &= (0, -3, -18, 9, 12), \\
 u_7 &= (1, 0, -2, 3, -2), & u_8 &= (2, -1, 1, -9, 7)
 \end{aligned}$$

liggen in U . Bepaal een deelverzameling van $\{u_1, u_2, \dots, u_8\}$ die een basis van U vormt.

Opgave XL

Vind een veelterm $ax^3 + bx^2 + cx + d$ van graad 3, waarvan de grafiek door de punten $(-1, 10)$, $(0, 4)$, $(1, 2)$ en $(2, -2)$ gaat.

(Hint: Beschouw de coëfficiënten a, b, c, d als onbekenden, dan geeft het invullen van de gegeven punten een stelsel lineaire vergelijkingen.)

Webpagina: http://www.math.ru.nl/~souvi/la2_08/la2.html