Kleuringen

Opgave 35.
Een (gewoon 8×8) schaakbord kan heel eenvoudig door 32 dominostenen, waarvan elk precies twee velden groot is, overdekt worden. Van ons mooi houten schaakbord heeft een bever twee diagonaal tegenover liggende hoeken afgeknaagd. Kunnen we het zo mishandelde schaakbord met 31 dominostenen overdekken?

Opgave 36.
Een toren staat in een hoek van een schaakbord. Kan hij (met legale zetten van een toren) een pad lopen dat elk veld van het schaakbord precies één keer overdekt en in de diagonaal tegenover liggende hoek eindigt?

Opgave 37.
Kunnen we 250 bakstenen van de vorm $10cm \times 10cm \times 40cm$ in een kist van $1m \times 1m \times 1m$ pakken?

Opgave 38.
Laat zien dat een $a \times b$ rechthoek slechts dan door $1 \times n$-tegels overdekt kan worden als n een deler van a of van b is. (In dit geval is zo'n overdekking natuurlijk eenvoudig te vinden.)

Opgave 39.
Probeer een 8×8 schaakbord met 21 tegels van de vorm 1×3 en één 1×1-tegel te overdekken. Hiervoor is het handig, eerst de mogelijke plekken voor de 1×1-tegel te bepalen.
Probeer hetzelfde voor een 4×4 bord (met vijf 1×3-tegels), voor een 5×5 bord (met 8 tegels) en voor een 7×7 bord (met 16 tegels).

Opgave 40. Uitdaging
De positieve natuurlijke getallen worden zwart en wit gekleurd volgens de volgende twee regels:

(i) De som van twee verschillend gekleurde getallen is zwart.

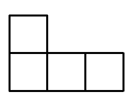
(ii) Het product van twee verschillend gekleurde getallen is wit.

Welke kleur heeft het product van twee wit gekleurde getallen? Kan je alle kleuringen bepalen die aan de twee regels voldoen?

Huiswerk (in te leveren tot 14 maart 2005)

Opgave 41.
Een rechthoekige vloer is bedekt door 2×2-tegels en 1×4-tegels. Een van de tegels wordt fataal beschadigd en moet worden vervangen. Helaas is er alleen maar een tegel van de andere soort beschikbaar. Is het mogelijk de vloer door een nieuw arrangement van de tegels weer volledig te overdekken?

Opgave 42.
Een L-tetromino ziet er zo uit:



Van een $n \times n$ schaakbord worden de vier hoeken afgeknipt. Voor welke waarden van n kan dit bord met L-tetromino's overdekt worden?

Opgave 43.
In een $3 \times 3 \times 3$ kubus ontbreekt één eenheidskubus. Voor welke posities van de ontbrekende eenheidskubus kan de figuur uit 13 stenen van de vorm $2 \times 1 \times 1$ opgebouwd worden?