

Wegingen

Opgave 48.

Van 9 munten is één een vervalsing, die lichter is dan de anderen. Hoe kun je de valse munt met twee wegingen op een balkweegschaal identificeren?

Opgave 49.

Van 80 munten is één een vervalsing, die lichter is dan de anderen. Hoe kun je de valse munt met vier wegingen op een balkweegschaal identificeren?

Opgave 50.

Je hebt vier munten waarvan één vervalst is en nog een vijfde munt waarvan je zeker weet dat hij echt is. Hoe kun je met twee wegingen op een balkweegschaal bepalen welke munt vervalst is en of ze lichter of zwaarder is?

Opgave 51.

Op een eiland zijn vijf piraten en hun (tamme) aap gestrand. Ze hebben een gigantische hoop kokosnoten verzameld en beslissen deze op de volgende dag eerlijk te verdelen. Maar natuurlijk zijn piraten niet betrouwbaar, daarom beslist de slimste van de piraten 's nachts zijn deel van de kokosnoten in zekerheid te brengen.

Hij deelt de hoop in vijf gelijke delen en ziet dat er dan een noot over blijft: die geeft hij aan de aap. Zijn deel van de noten verbergt hij goed.

Maar ook de andere piraten zijn slim. Daarom pakt ook de tweede piraat een vijfde van de (nu nog resterende) noten, waarbij weer een noot voor de aap over blijft. Ook hij verstopst zijn deel van de noten ergens. Vervolgens doen de derde, vierde en vijfde piraat hetzelfde, en iedere keer blijft er een kokosnoot voor hun aap over.

In de ochtend wordt de (nu iets kleinere) hoop kokosnoten eerlijk op de vijf piraten verdeeld en er blijft natuurlijk weer een noot voor de aap over.

Wat is het minimale aantal kokosnoten dat de oorspronkelijke hoop bevat kon hebben?

Opgave 52.

Vijf munten die er hetzelfde uitzien hebben alle verschillende gewichten. Breng de munten met (hoogstens) zeven wegingen op een balkweegschaal in de goede volgorde.

(Hint: Vind met drie wegingen een volgorde van 3 munten. Vervolgens laat zich een verdere munt met twee wegingen invoegen.)

Opgave 53.

Van 20 dobbelstenen die uiterlijk helemaal op elkaar lijken zijn sommige uit aluminium en de resterende zijn uit zilver (en dus zwaarder). Laat zien dat je met hoogstens 11 wegingen op een balkweegschaal kunt bepalen hoeveel dobbelstenen zilveren zijn.

(Hint: Er zijn 10 paren van dobbelstenen.)

Opgave 54. Uitdaging

Van 12 munten is één een vervalsing, maar het is onbekend of hij lichter of zwaarder is. Hoe kan je met slechts drie wegingen op een balkweegschaal de valse munt identificeren en bepalen of hij lichter of zwaarder is?

Huiswerk (in te leveren tot 20 maart 2006)

Opgave 55.

Laat zien dat je bij een balkweegschaal slechts vier gewichten nodig hebt om (geheeltallige) gewichten van 1 t/m 40 ounces te kunnen bepalen. Wat zijn de gewichten en wat is de methode?

Opgave 56.

Stel je hebt 13 appels met geheeltallige gewichten met de volgende eigenschap: Voor elke keuze van 12 appels kun je er zes in een waagschaal en zes in de andere plaatsen zo dat de weegschaal in balans is. Laat zien dat de 13 appels noodzakelijk alle hetzelfde gewicht hebben.

Opgave 57.

Broer en zus verkopen hun kostbare sprookjesboeken. Elk boek verkopen ze voor zo veel daalders als er oorspronkelijk boeken waren. 's Avonds wordt het geld op de volgende manier verdeeld: Eerst neemt de broer 10 daalders, dan neemt de zus 10 daalders, dan weer de broer enzovoorts. Bij haar laatste buurt ziet de zus dat er minder dan 10 daalders over zijn. Om de verdeling eerlijk te maken geeft de broer zijn zakmes aan zijn zus. Wat is de waarde van het zakmes?

Webpagina: http://www.math.ru.nl/~souvi/orientatie_06/problem.html