

Tentamen I00099

Vermeld op ieder blad je naam en studentnummer. Lees eerst de opgaven voor dat je aan de slag gaat. Geef uitleg over je oplossingen, antwoorden zonder heldere afleiding worden als niet gegeven beschouwd!

Het gebruik van een rekenmachine voor de uitwerking van numerieke resultaten (zo als $\sqrt{\pi}$ of $\log(2)$) is toegestaan, maar niet het gebruik van de statistische functies.

De uitgegeven tabellen mogen natuurlijk gebruikt worden.

Opgave 1. (25 punten)

Om bij een Bernoulli-experiment met onbekende kans p op succes de parameter p te bepalen, wordt het aantal x van successen bij n onafhankelijke herhalingen van het experiment geteld.

(i) Bepaal het rechtséénzijdige betrouwbaarheidsinterval voor p op onbetrouwbaarheidslevel 5% als:

(a) $n = 50$ en $x = 30$,

(b) $n = 500$ en $x = 300$,

(c) $n = 5000$ en $x = 3000$.

(ii) Iemand beweert dat hij in zijn reeks experimenten de schatting $\bar{p} = 0.55$ voor p heeft gevonden en dat het rechtséénzijdige betrouwbaarheidsinterval op level 1% de waarde $p = 0.5$ niet bevat. Hoe veel pogingen moet hij minstens hebben gedaan?

(iii) Geef in je eigen woorden de definitie van het rechtséénzijdige betrouwbaarheidsinterval voor p .

(iv) Klopt de volgende uitspraak over het betrouwbaarheidsinterval: *Het betrouwbaarheidsinterval op level α bevat de parameter p met kans $1 - \alpha$?*

Geef uitleg over je antwoord.

Opgave 2. (35 punten)

We dobbelen met een dobbelsteen in de vorm van een tetraëder, d.w.z. met een regelmatig veelvlak begrensd door vier gelijkzijdige driehoeken. De mogelijke worpen zijn natuurlijk 1, 2, 3 en 4. Na de dobbelsteen 200 keer te gooien, hebben we de volgende tabel voor de verschillende uitkomsten gemaakt:

worp	1	2	3	4
aantal	42	48	51	59

(i) Toets op een significantie level van 10% de nulhypothese dat de dobbelsteen dezelfde verwachtingswaarde als een eerlijke (tetraëder-)dobbelsteen heeft.

(ii) Wat kan je over het onderscheidingsvermogen van de toets in (i) tegen de alternatieve hypothese zeggen, dat de dobbelsteen geladen is en verwachtingswaarde 2.8 heeft? Is het onderscheidingsvermogen minstens 95%?

(iii) Toets met een χ^2 -aanpassingstoets op onbetrouwbaarheidslevel 5% de nulhypothese dat de dobbelsteen eerlijk is (d.w.z. dat alle zijden dezelfde kans hebben).

Opgave 3. (25 punten)

In het vak *Statistiek* worden de tentamens door drie verschillende personen afgenomen, door de hoogleraar X, door de UHD Y en door de UD Z. Het aantal studenten dat bij de verschillende personen slaagt of zakt is in de volgende tabel aangegeven:

	HGL X	UHD Y	UD Z	totaal
geslaagd	50	47	56	153
gezakt	5	14	8	27
totaal	55	61	64	180

- (i) Toets op een onbetrouwbaarheidslevel van 5% de nulhypothese dat het halen van het tentamen onafhankelijk van de examinator is.
- (ii) Zou het antwoord op de vraag in (i) op een onbetrouwbaarheidslevel van 10% anders zijn? (Licht je antwoord toe.)

Opgave 4. (15 punten)

Zij $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ een steekproef voor twee kenmerken van een populatie. Zij $l(x) = ax + b$ de regressielijn door de punten van de steekproef.

Geef commentaar over de volgende uitspraken (d.w.z. leg uit waarom ze kloppen of niet kloppen):

- (i) De correlatiecoëfficiënt geeft de stijging van de regressielijn aan.
- (ii) De regressielijn loopt door het zwaartepunt (\bar{x}, \bar{y}) van de punten in de steekproef.
- (iii) Als de twee kenmerken onafhankelijk zijn, bevat het betrouwbaarheidsinterval voor de stijging van de regressielijn op onbetrouwbaarheidslevel 5% met kans 95% de stijging 0.
- (iv) Met behulp van de regressielijn laten zich uitschieters identificeren.
- (v) Als de punten dicht bij de regressielijn liggen is of het tweede kenmerk (de y -waarden) en gevolg van het eerste (de x -waarden), of het eerste kenmerk is een gevolg van het tweede.

Herinnering:

- De variantie voor de schatter van de verwachtingswaarde is $\frac{\sigma^2}{n}$.
- De variantie voor de schatter van de relatieve frequentie is $\frac{p(1-p)}{n}$.

Kritieke waarden z_α voor de standaard-normale verdeling:

α	0.10	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.0537	2.3263	2.5758

Succes ermee!