

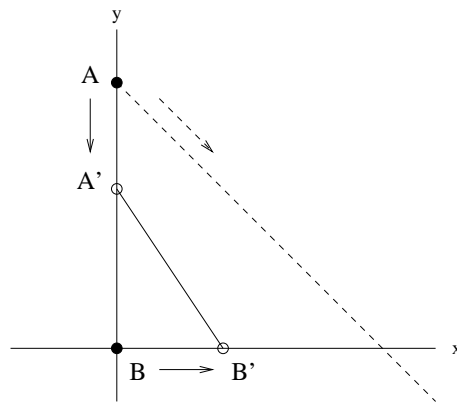
## Deeltoets 2 (WB033B)

Vermeld op ieder blad je naam en studentnummer. De opgaven tellen even zwaar. Lees eerst de opgaven voor dat je aan de slag gaat. Geef uitleg over je oplossingen!

Het gebruik van een rekenmachine is alleen maar voor de uitwerking van numerieke resultaten (zo als  $\sqrt{\pi}$  of  $\log(2)$ ) toegestaan.

### Opgave 1.

Twee robots staan met een afstand van  $100m$  op een veld, de robot  $A$  in het punt  $(0, 100)$  en de robot  $B$  in het punt  $(0, 0)$ . Ze kunnen beide met een snelheid van  $1 \frac{m}{s}$  lopen, robot  $A$  loopt op de  $y$ -as naar beneden, robot  $B$  op de  $x$ -as naar rechts.

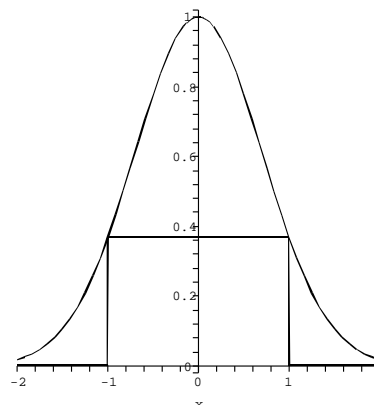


- (i) We nemen aan dat beide robots tegelijkertijd starten. Geef een functie  $f(t)$  aan die de afstand tussen de robots na afloop van  $t$  seconden beschrijft (d.w.z. de afstand tussen de posities  $A'$  en  $B'$  die ze na  $t$  seconden bereikt hebben).
- (ii) Op welk tijdstip hebben de robots de kleinste afstand, wat is deze afstand en op welke posities zijn ze op dit tijdstip?
- (iii) De robot  $A$  heeft een turbo, waarmee hij twee keer zo snel kan lopen (dus met  $2 \frac{m}{s}$ ) en een pump gun, die  $47.11m$  bereik heeft. Als hij meteen de turbo inschakelt, zou hij dan op gegeven moment de andere robot met het water uit zijn pump gun kunnen kortsluiten?
- (iv) In een evolutie-versie kan de robot  $A$  niet alleen maar langs de  $y$ -as, maar ook nog langs de stippellijn in een hoek van  $45$  graden met de  $y$ -as lopen. Hoe snel moet hij minstens kunnen lopen om de robot  $B$  (die nog steeds met  $1 \frac{m}{s}$  op de  $x$ -as loopt) de pas af te kunnen snijden?

### Opgave 2.

We bekijken de functie  $f(x) := \exp(-x^2) = e^{-x^2}$  die als normaalverdeling een belangrijke rol in de statistiek speelt.

- (i) Ga na of  $f(x)$  nulpunten, lokale maxima of lokale minima heeft en geef deze aan als ze bestaan.
- (ii) Waar heeft de grafiek van  $f(x)$  de grootste stijging? Bepaal de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek in dit punt. Geef ook het snijpunt van de raaklijn met de  $x$ -as aan.
- (iii) Bepaal de grootste rechthoek die tussen de grafiek van  $f(x)$  en de  $x$ -as past. Geef de breedte, hoogte en oppervlakte van deze rechthoek aan.



### Opgave 3.

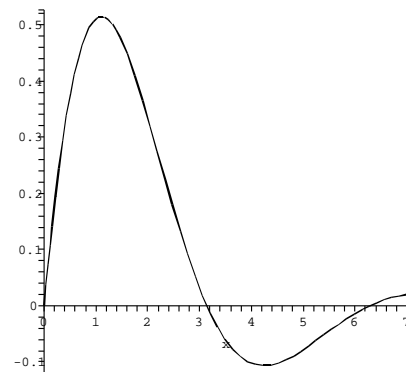
Bereken de volgende integralen:

$$(i) \int (\sqrt{x} + 1) \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx, \quad (ii) \int x^2 \cdot \log(x) dx,$$
$$(iii) \int \sin(x) \cdot \cos(x) dx, \quad (iv) \int \frac{1}{1 + \exp(x)} dx.$$

### Opgave 4.

De functie  $f(x) := \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \cdot \sin(x) = e^{-\frac{x}{2}} \cdot \sin(x)$  geeft het uitslaan van een (sterk) gedempte slinger aan.

- (i) Geef de nulpunten van  $f(x)$  aan.
- (ii) Bepaal een primitieve van  $f(x)$ , d.w.z. een functie  $F(x)$  met  $F'(x) = f(x)$ .
- (iii) Tussen twee naburige nulpunten sluit de grafiek van  $f(x)$  met de  $x$ -as een gebied in. Bepaal de oppervlakte van dit gebied tussen de nulpunten  $0$  en  $\pi$ .
- (iv) Bepaal de oppervlakte van het gebied tussen de  $x$ -as en de grafiek van  $f(x)$  tussen de nulpunten  $\pi$  en  $2\pi$ . Wat is de verhouding van deze oppervlakte met de in deel (iii) bepaalde oppervlakte?



Succes ermee!

$f(x)$	$f'(x)$
$x^c$	$c \cdot x^{c-1}$
$\exp(x)$	$\exp(x)$
$\log(x)$	$\frac{1}{x}$
$x \log(x) - x$	$\log(x)$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$