

Deeltoets 3 (BKI 116 / I00051)

Vermeld op ieder blad je naam en studentnummer. De opgaven tellen even zwaar. Lees eerst de opgaven voor dat je aan de slag gaat. Geef uitleg over je oplossingen, antwoorden zonder heldere afleiding worden als niet gegeven beschouwd!

Het gebruik van een rekenmachine voor de uitwerking van numerieke resultaten (zo als $\sqrt{\pi}$ of $\log(2)$) is toegestaan, maar niet het gebruik van de statistische functies.

Opgave 1.

Je dobbelt met twee rare dobbelstenen: de eerste dobbelsteen is een tetraëder (dus regelmatig met 4 zijvlakken) met de cijfers 1 t/m 4, de tweede dobbelsteen is een octaëder (dus regelmatig met 8 zijvlakken) met de cijfers 1 t/m 8.

- (i) De stochast X geeft de som van de twee dobbelstenen aan. Wat zijn de kansen $P(X = k)$ voor elke mogelijke som k ? Bereken ook de verwachtingswaarde van X .
- (ii) De stochast Y geeft het maximum van de twee dobbelstenen aan. Bepaal ook hier de kansen $P(Y = k)$ voor elke mogelijke waarde van k en de verwachtingswaarde van Y .
- (iii) Na een paar drankjes stelt je iemand het volgende (ingewikkelde) geluksspel voor: Hij dobbelt eerst met een gewone (6-zijdige) dobbelsteen. Als hij 1, 2 of 3 werpt, moet jij met de 4-zijdige tetraëder dobbelen, als hij 4, 5 of 6 werpt, dobbel jij met de 8-zijdige octaëder. Degene met de hogere werp krijgt van de andere een euro, bij gelijkspeel krijgt niemand iets.

Is het verstandig om bij dit spel mee te doen? Wat is voor jou de verwachte winst of verlies per spel?

Opgave 2.

Bij een zekere ziekte worden twee verschillende tests, test A en test B toegepast. Het is bekend dat gemiddeld 1 in de 1000 personen de ziekte heeft.

- (i) Over de test A is bekend dat hij bij zieke personen met een nauwkeurigheid van 90% het resultaat *ziek* geeft en bij gezonde personen met nauwkeurigheid 98% het resultaat *gezond*. Wat is de kans dat iemand met het resultaat *ziek* daadwerkelijk ziek is?
- (ii) Ook bij test B is de nauwkeurigheid bij zieke personen 90%, maar bij gezonde personen is de kwaliteit iets minder, namelijk 95%. Test B wordt meestal in combinatie met test A toegepast. We nemen eens aan dat de tests A en B onafhankelijk zijn. Wat is de kans dat een persoon ziek is, als test A en test B het resultaat *ziek* geven?
- (iii) Natuurlijk zijn verschillende tests in de praktijk niet onafhankelijk. Uit onderzoek is gebleken dat de nauwkeurigheid van de combinatie van tests A en B ook 90% is, d.w.z. voor 90% van de zieke personen geven *beide* tests het resultaat *ziek* (bij onafhankelijkheid zou dit 81% zijn). Verder is bekend dat slechts voor 0.2% van de gezonde personen beide tests het resultaat *ziek* opleveren. Wat is voor deze gegevens de kans dat een persoon ziek is als beide tests het resultaat *ziek* geven?

Opgave 3.

Het opbellen van kandidaat-bondscoachs bij de KNVB gebeurt volgens een Poisson-proces met intensiteit 1 per dag.

- (i) De zenuwen bij de baas van de KNVB zijn al erg gespannen. Als er op één dag meer dan 3 kandidaten opbellen, zou hij echt ontploffen. Wat is de kans dat dit gaat gebeuren?
- (ii) Wat is de kans dat in het hele weekeinde (zaterdag en zondag) geen enkele kandidaat opbelt?
- (iii) Wat is de kans dat er binnen één uur zelfs twee kandidaten opbellen?
- (iv) Dick Advocaat en Johan Crujff gokken op het aantal kandidaten die in de volgende week opbellen: Advocaat zegt dat het er hoogstens N zijn, Crujff denkt dat het er minstens $N + 1$ zullen zijn. Wat is de kleinste waarde van N waarvoor Advocaat een betere kans dan Crujff heeft om te winnen?

Opgave 4.

Bij een multiple-choice tentamen worden 7 vragen met telkens 3 mogelijke antwoorden gesteld. De docent gaat ervan uit dat studenten met minder dan 4 goede antwoorden niet gestudeerd hebben en alleen maar gokken en laat deze zakken. We nemen aan dat een gokkende student een kans van $p = \frac{1}{3}$ op een goede antwoord heeft.

- (i) Wat is de kans dat iemand die niet gestudeerd heeft het tentamen wel haalt?
- (ii) Een student die wel gestudeerd heeft, maakt bij elke vraag een kans van 75% op het goede antwoord. Wat zijn zijn kansen om het tentamen te halen?
- (iii) Een student heeft 4 vragen goed en het tentamen dus gehaald. De docent vraagt zich stiekem af, of dit misschien wel een gokkende student was. Hij gaat ervan uit, dat de helft van de studenten niet en de andere helft wel studeert. Wat is de kans dat deze student inderdaad niet gestudeerd heeft?
- (iv) De docent vindt achteraf dat zijn eisen te zwak waren. Voor de volgende keer wil hij bereiken dat ook een student die gestudeerd heeft met een kans van minstens 50% zakt. Hoeveel goede antwoorden moet hij hiervoor (bij nog steeds 7 vragen) minstens eisen?

Succes ermee!