

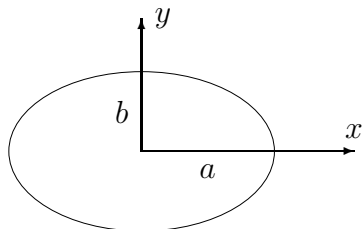
Deeltoets 2 (BKI 116)

Vermeld op ieder blad je naam en studentnummer. De opgaven tellen even zwaar. Lees eerst de opgaven voor dat je aan de slag gaat. Geef uitleg over je oplossingen, antwoorden zonder heldere afleiding worden als niet gegeven beschouwd!

Het gebruik van een rekenmachine is alleen maar voor de uitwerking van numerieke resultaten (zo als $\sqrt{2}$ of 0.3^{42}) toegestaan.

Opgave 1.

Een *ellips* met assen a en b is de verzameling van punten $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ met $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.



- (i) Bepaal het grootste vierkant dat in de ellips past.
- (ii) Wat is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn die de ellips in één van de punten met $x = \frac{a}{2}$ raakt?
- (iii) Bepaal voor $a = 4$ en $b = 3$ de rechthoek (met zijden evenwijdig met de x - en y -assen) met de grootste omvang die in de ellips past. Wat zijn de lengtes van de zijden en wat is de omvang van deze rechthoek.

Opgave 2.

Zij $f(x) := \exp(-|x|) = e^{-|x|}$ een functie met domein \mathbb{R} . Deze functie speelt als *Laplace-verdeling* een belangrijke rol in de kanstheorie.

- (i) Ga na of $f(x)$ nulpunten, lokale minima of lokale maxima heeft en geef deze aan als ze bestaan. Maak ook een schets van de functie.
- (ii) Is $f(x)$ continu? Is $f(x)$ in $x = 0$ differentieerbaar? Geef uitleg over je uitspraken.
- (iii) Geef de vergelijking $l(x) = ax + b$ van een lijn aan, die de grafiek van $f(x)$ in precies één punt raakt en niet door het punt $(0, 1)$ gaat.
- (iv) Bepaal de (qua oppervlakte) grootste rechthoek die tussen de grafiek van $f(x)$ en de x -as past. Geef de breedte, hoogte en oppervlakte van deze rechthoek aan.

Opgave 3.

Bepaal de volgende integralen:

(i) $\int \sqrt{x^2 - x^4} dx;$

(ii) $\int \frac{a^x}{b^x} dx$ voor $a, b > 0;$

(iii) $\int \sqrt{x}(1-x) dx;$

(iv) $\int x \log(x+1) dx.$

Opgave 4.Zij $f(x) := x^2 - 3x$ en $g(x) := -x^2 + 5x$.

- (i) Bepaal de parameters a en b voor de lijn $l(x) = ax + b$ die door de twee snijpunten van $f(x)$ en $g(x)$ loopt.
- (ii) Bepaal de oppervlakte die tussen de grafieken van $f(x)$ en $g(x)$ ligt.
- (iii) De lijn $l(x)$ uit (i) deelt de oppervlakte tussen de grafieken van $f(x)$ en $g(x)$ in twee stukken. Bepaal de grootten van deze twee deeloppervlakten.

$f(x)$	$f'(x)$
x^c	$c \cdot x^{c-1}$
$\exp(x)$	$\exp(x)$
$\log(x)$	$\frac{1}{x}$
$x \log(x) - x$	$\log(x)$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Succes ermee!