

Deeltoets 3 (BKI 116)

Vermeld op ieder blad je naam en studentnummer. De opgaven tellen even zwaar. Lees eerst de opgaven voor dat je aan de slag gaat. Geef uitleg over je oplossingen, antwoorden zonder heldere afleiding worden als niet gegeven beschouwd!

Het gebruik van een rekenmachine is alleen maar voor de uitwerking van numerieke resultaten (zo als $\sqrt{2}$ of 0.3^{42}) toegestaan.

Opgave 1.

Een verzekeringsmaatschappij verzekert de auto's van even veel vrouwen en mannen. Uit onderzoek is gebleken, dat een man met kans p_m per jaar (bijvoorbeeld $p_m = 7\%$) een schadeclaim indient, en een vrouw met kans p_v (bijvoorbeeld $p_v = 4\%$). Verder is gevonden dat deze kansen zowel voor mannen als voor vrouwen onafhankelijk ervan zijn, of een chauffeur in eerdere jaren claims had of niet.

- (i) Wat is de verwachte kans dat een willekeurig gekozen chauffeur in dit jaar een schadeclaim indient? Wat is de verwachte kans dat een willekeurig gekozen chauffeur in twee op elkaar volgende jaren een schadeclaim indient?
- (ii) Een persoon heeft een schade gemeld. Wat is de kans dat de persoon een vrouw is? Bereken deze kans voor algemene waarden p_m en p_v en voor de speciale waarden $p_m = 7\%$ en $p_v = 4\%$.
- (iii) Voor een willekeurig gekozen chauffeur zij A het gebeurtenis dat hij/zij in het jaar 2005 een claim indient, en B het gebeurtenis dat hij/zij in het jaar 2006 een schade meldt. Wat geeft de voorwaardelijke $P(B | A)$ kans aan? Bereken deze voorwaardelijke kans. Is deze kans voor de speciale waarden $p_m = 7\%$ en $p_v = 4\%$ groter, kleiner of gelijk aan de kans $P(B)$? Hoe kan je dit resultaat verklaren?

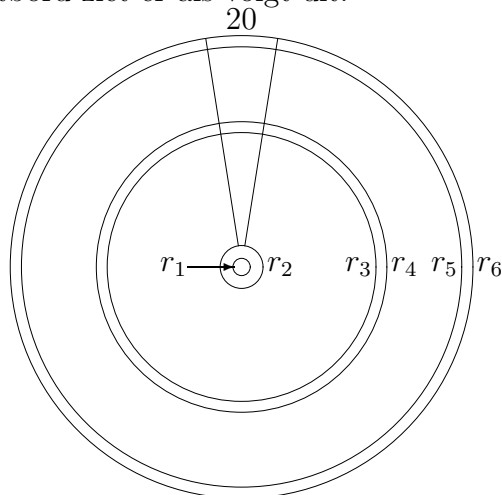
Opgave 2.

Uit een vaas met een rode, een witte en drie zwarte knikkers trekken we zonder terugleggen vijf keer een knikker. De stochast X beschrijft het *rangnummer* van de trekking van de witte knikker (dus $X = 2$ betekent dat we de witte knikker bij de tweede trekking pakken) en de stochast Y geeft het rangnummer van de eerste trekking van een zwarte knikker aan.

- (i) Zijn de stochasten X en Y onafhankelijk? (Licht je antwoord toe.)
- (ii) Bereken de verwachtingswaarden $E(X)$ en $E(Y)$ van de stochasten X en Y .
- (iii) Bereken de varianties $Var(X)$ en $Var(Y)$ van de stochasten X en Y .
- (iv) De stochast Z krijgt de waarde 0 als X een kleinere waarde heeft dan Y en Z krijgt de waarde 1 als X een grotere waarde geeft dan Y . Bepaal de kansverdeling van Z .

Opgave 3.

Een dartbord ziet er als volgt uit:



	beschrijving	straal
r_1	binnenste roos	$6.35mm$
r_2	buitenste roos	$15.9mm$
r_3	triple ring binnen	$99mm$
r_4	triple ring buiten	$107mm$
r_5	double ring binnen	$162mm$
r_6	double ring buiten	$170mm$

De ring buiten de roos is in 20 even grote sectoren onderverdeeld, als voorbeeld is de sector met de waarde 20 aangegeven. In de binnenste roos score je 50 punten, in de buitenste roos 25 punten, de *triple ring* tussen r_3 en r_4 geeft de drie keer de waarde van de sector (dus 60 voor de sector met waarde 20) en de *double ring* tussen r_5 en r_6 de dubbele waarde van de sector.

We gaan ervan uit dat de darts van een heel onervaren speler (rookie) volgens een uniforme verdeling op het dartbord terecht komen. (De oppervlakte van een cirkel met straal r is overigens πr^2 .)

- Bepaal de kans dat de rookie een 50 (bull's eye) scoort. Bepaal ook de kans dat hij een 25 scoort.
- Wat is de kans om de sector met waarde 20 te raken (waar de roos niet bij hoort)?
- Gegeven het feit dat de rookie de sector met waarde 20 heeft geraakt, wat is zijn kans om zelfs een 40 te scoren, dus de double ring tussen r_5 en r_6 te raken? Wat is zijn kans om de triple ring tussen r_3 en r_4 te raken en zo een 60 te scoren?
- Wat is de verwachtingswaarde voor de score gegeven dat hij de sector met waarde 20 raakt?

Opgave 4.

De toevalsbus stopt op een willekeurig tijdstip tussen 12.30 en 12.45 uur op de Erasmuslaan. Je zelf zult ook op een willekeurig tijdstip binnen dit kwartiertje aan de bushalte op komen dagen.

- Wat is de kans dat je de bus te pakken krijgt als je hooguit 5 minuten wacht?
- Je zult alleen maar om 12.30 uur de geduld hebben om 5 minuten te wachten. Je geduld neemt lineair zodanig af dat je om 12.45 helemaal niet meer wacht (dus zal je om 12.35 uur nog $3\frac{1}{3}$ en om 12.40 uur nog $1\frac{2}{3}$ minuten wachten). Wat is in dit geval de kans dat je met de bus gaat rijden?

Succes ermee!