# **Deeltoets 1** (BKI 116)

*Vermeld op ieder blad je naam en studentnummer. Lees eerst de opgaven voor dat je aan de slag gaat. Geef uitleg over je oplossingen, antwoorden zonder heldere afleiding worden als niet gegeven beschouwd!*

*Het gebruik van een rekenmachine is alleen maar voor de uitwerking van numerieke resultaten (zo als $\sqrt{2}$ of $0.3^{42}$) toegestaan.*

**Opgave 1.** (12 punten)
Uit een rechthoekig vel papier met omtrek $O$ willen we een omhulsel voor een verrassingscadeau voor de paashaas vormen.

(i) In een eerste poging rollen we het papier tot een cilinder (zonder bodem en deksel) op.

Voor welke afmetingen van de twee zijden van de rechthoek wordt het volume van de cilinder maximaal? Wat is in dit geval het volume van de cilinder (afhankelijk van $O$)?

(ii) Omdat we natuurlijk geen vles wijn aan de paashaas geven, beslissen we toch liever een gewone doos te vormen, d.w.z. de zijden van het omhulsel lopen langs de zijden van een rechthoek. Ook hier ontbreken natuurlijk bodem en deksel van de doos.

Voor welke afmetingen van het vel papier krijgen we in dit geval het maximale volume? Is dit volume groter of kleiner dan bij de cilinder?

(Hint: Omdat we tijdens het college goed hebben opgelet, weten we dat bij gegeven omtrek de rechthoek met maximale oppervlakte een vierkant is.)

**Opgave 2.** (12 punten)
Rupsje *Altijdlui*, het broertje van een veel bekender rupsje, stond onder aan een plant toen een raar gevoel hem bekroop. Hij bedacht zich dat dit misschien wel de laatste plant zou zijn waar hij in zou kruipen en lekker van zou eten voordat hij zich zou verpoppen. Deze gedachte stemde rupsje *Altijdlui* niet verdrietig, want hij had de plant al goed bestudeerd zodat hij wist dat de energiewaarde van alle blaadjes op een hoogte $h$ gegeven wordt door de functie $E(h)$ met domein $[0, 60]$, gedefinieerd door:

$$E(h) = \begin{cases} 2h^2 & 0 \leq h \leq 10 \\ -\frac{1}{4}h^2 + 17h + 55 & 10 < h \leq 60 \end{cases}$$

Rupsje *Altijdlui* had het plan op gevat om eerst tot een bepaalde hoogte te klimmen, onderweg geen blaadjes te eten om zich daar de blaadjes lekker te laten smaken. Het kost rupsje *Altijdlui* de energiewaarde $13h$ om tot een hoogte $h$ te klimmen.

(i) Maak een schets van de functie $E(h)$.

(ii) Is $E(h)$ continu in het punt $h = 10$?

(iii) Is $E(h)$ differentieerbaar in het punt $h = 10$?

(iv) Op welke hoogte hebben de blaadjes de hoogste energiewaarde?

(v) Bepaal de hoogte tot waar rupsje *Altijdlui* het beste kan klimmen om daar van de blaadjes te genieten, zodat hij de meeste energie over heeft om zich te verpoppen tot majestueuze vlinder?

Hoevel energie blijft er op deze hoogte over voor het verpoppen?

**Opgave 3.** (10 punten)
De acceleratie van een goede oude DAF wordt bij benadering beschreven door de functie

$$v(t) := 36 - \frac{108}{t+3}\, m/s$$

voor de snelheid $v(t)$ na $t$ seconden. De snelheid wordt in $m/s$ aangegeven omdat ook de tijd in seconden aangegeven wordt.

(Van een snelheid in $m/s$ kom je naar de snelheid in $km/u$ door met 3.6 te vermenigvuldigen, van een snelheid in $km/u$ naar de snelheid in $m/s$ door door 3.6 te delen.)

(i) Wat is de maximale snelheid van de auto in $km/u$?

(ii) In welke tijd bereikt de DAF een snelheid van $100\, km/u$?

(iii) Op de Nederlands snelwegen mag je maximaal $120\, km/u$ rijden, dit zijn $33\frac{1}{3}\, m/s$. Als je met je DAF aan de oprit even moet wachten, hoe ver ben je op de snelweg gereden op het tijdstip dat je de toegestane snelheid van $120\, km/u$ bereikt?

(iv) Je rijdt met $90\, km/u$ (dus $25\, m/s$) achter een vrachtwagen die zijn snelheid van $90\, km/u$ volhoudt. Als je nu (op de inhaalstrook) voor 10 seconden vol op het gaspedaal stapt, hoe veel meters zal je dan op de vrachtwagen inhalen? Is dit voldoende om veilig in te halen?

**Opgave 4.** (6 punten)
Bepaal primitieven van de volgende functies:

(i) $f(x) := \exp(-x) \cdot \sin(x)$; (ii) $f(x) := \log(x^2 + 1)$; (iii) $f(x) := \dfrac{\sqrt{x}}{1-x}$.

| $f(x)$ | $f'(x)$ |
|---|---|
| $x^c$ | $c \cdot x^{c-1}$ |
| $\exp(x)$ | $\exp(x)$ |
| $\log(x)$ | $\frac{1}{x}$ |
| $x\log(x) - x$ | $\log(x)$ |
| $\sin(x)$ | $\cos(x)$ |
| $\cos(x)$ | $-\sin(x)$ |
| $\arctan(x)$ | $\frac{1}{1+x^2}$ |
| $\arcsin(x)$ | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |

**Succes ermee!**