УДК 511.36

В. В. Зудилин

(МГУ им. М.В. Ломоносова)

О ранге числовых линейных форм специального вида

Формулируемый ниже результат является обобщением одного утверждения в методе Зигеля–Шидловского.

Пусть D – дифференциальный оператор, связанный с системой линейных однородных дифференциальных уравнений

$$y_l' = \sum_{j=1}^{m} Q_{lj} y_j, \quad Q_{lj} = Q_{lj}(z) \in \mathbb{C}(z), \qquad l, j = 1, \dots, m,$$

многочлен $T = T(z)$ выбран таким образом, что $TQ_{lj} \in \mathbb{C}[z]$. Обозначим через $\mathbb{M}$ модуль линейных форм от переменных $y_1, \dots, y_m$ над кольцом $\mathbb{C}[z]$. Для произвольной линейной формы

$$R = \sum_{k=1}^{m} P_k(z) y_k \in \mathbb{M}, \quad P_k(z) \in \mathbb{C}[z], \qquad k = 1, \dots, m, \tag{1}$$

положим

$$R^{[n]} = \sum_{k=1}^{m} P_k^{[n]}(z) y_k = \bigl(T(z)D\bigr)^{n-1} R \in \mathbb{M}, \qquad n \in \mathbb{N}.$$

Предложение. *Пусть для заданной линейной формы* (1) *ранг над* $\mathbb{C}(z)$ *матрицы* $\bigl(P_k^{[n]}(z)\bigr)_{n,k=1,\dots,m}$ *равен в точности* ω. *Для любого подмножества* $\Omega \subset \{1, \dots, m\}$, $\operatorname{Card}\Omega = \omega$, *положим*

$$\Delta(\Omega; z) = \det\bigl(P_k^{[n]}(z)\bigr)_{n=1,\dots,\omega;\, k\in\Omega}.$$

Пусть $\alpha T(\alpha) \ne 0$ *и известно, что*

$$\max \operatorname*{ord}_{z=\alpha} \Delta(\Omega; z) = q,$$

где максимум берется по всевозможным подмножествам Ω *мощности* ω, *для которых* $\Delta(\Omega; z) \not\equiv 0$. *Тогда ранг над* $\mathbb{C}$ *числовой матрицы*

$$\bigl(P_k^{[n]}(\alpha)\bigr)_{n=1,\dots,\omega+q;\, k=1,\dots,m}$$

равен в точности ω.