УДК 511.36

В. В. Зудилин

(МГУ им. М.В. Ломоносова)

О мере линейной независимости значений E-функций

Пусть совокупность E-функций $f_1(z), \ldots, f_m(z)$, $m \geqslant 2$, удовлетворяет системе линейных однородных дифференциальных уравнений

$$y_l' = \sum_{j=1}^{m} Q_{lj} y_j, \quad Q_{lj} = Q_{lj}(z) \in \mathbb{C}(z), \qquad l, j = 1, \ldots, m, \tag{1}$$

обладающей следующим свойством: функции, входящие в некоторую фундаментальную матрицу решений $(\psi_{jl})_{j,l=1,\ldots,m}$ системы (1), однородно алгебраически независимы над $\mathbb{C}(z)$.

Теорема. *Пусть $\alpha \in \mathbb{Q} \backslash \{0\}$ – неособая точка системы* (1). *Тогда существуют положительные постоянные $\gamma = \gamma(f_1, \ldots, f_m; \alpha)$ и $C = C(f_1, \ldots, f_m; \alpha)$ такие, что*

$$|h_1 f_1(\alpha) + \cdots + h_m f_m(\alpha)| > C \cdot (H_1 \cdots H_m)^{-1} H^{1-\gamma(\log\log H)^{-\varkappa}},$$

$$h_i \in \mathbb{Z}, \quad H_i = \max\{1, |h_i|\}, \quad H = \max_{1 \leqslant i \leqslant m} \{H_i\}, \quad \varkappa = \frac{1}{m^2 - m + 2}.$$

Сформулированная оценка меры линейной независимости является точной по порядку и зависит от каждого коэффициента числовой линейной формы. Настоящая теорема применяется к широкому классу так называемых обобщенных гипергеометрических функций.