

Ringen en lichamen—Werkcollege 15 dec 2017

Opgave 1. Bepaal in de volgende gevallen steeds alle mogelijke homomorfismen f . Zeg in het bijzonder *hoeveel* van dergelijke homomorfismen f er zijn.

1. homomorfismen $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{F}_5(t)$;
2. homomorfismen $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{F}_5(t)$;
3. homomorfismen $f: \mathbb{F}_5(t) \rightarrow \mathbb{Z}$;
4. homomorfismen $f: \mathbb{F}_5(t) \rightarrow \mathbb{F}_{25}$;
5. homomorfismen $f: \mathbb{F}_5[t] \rightarrow \mathbb{F}_{25}$;
6. homomorfismen $f: \mathbb{F}_{25} \rightarrow \mathbb{F}_5[t]$.

(NB: homomorfismen worden steeds *unitair* verondersteld; d.w.z., ze sturen 1 naar 1.)

Opgave 2. Zij p een priemgetal en beschouw eindige lichamen $K = \mathbb{F}_{p^m}$ en $L = \mathbb{F}_{p^n}$.

- (i) Bewijs dat er geen homomorfismen $K \rightarrow L$ bestaan als $m \nmid n$.
- (ii) Als $m|n$, bewijs dat er m verschillende homomorfismen $K \rightarrow L$ zijn, die allemaal hetzelfde beeld hebben.