Eindopdracht: Pascal

Het doel van deze opdracht is om in Magma binomiaalcoëfficiënten uit te rekenen, onder andere met de driehoek van Pascal. Daarover moet je ook een kort verslag in LaTeX schrijven.

De driehoek van Pascal

In de driehoek van Pascal staan op de n-de rij (waarbij we met 0 beginnen te tellen) de binomiaalcoëfficiënten $\binom{n}{k}$, voor $k = 0, 1, \ldots n$. Het aardige van de driehoek is dat de meeste getallen erin een linker- en een rechterbovenbuur hebben, en dat het getal de som van die twee er schuin boven staande getallen is; dat komt omdat altijd de recursieve relatie

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

geldt. Voor definities en voorbeelden zie ook het diktaat van Getallen.

In de Python code op blz. 98 van het Getallenboek staan ook twee manieren om met gebruikmaking hiervan $\binom{n}{k}$ uit te rekenen. Dat zijn de eerste twee methoden waarnaar beneden gevraagd wordt.

Een andere manier is om de (horizontale) rijen van de driehoek uit te rekenen — maar alleen dat gedeelte dat nodig is om het ene element op de n-de rij dat je wilt weten te bepalen.

De laatste methode maakt gebruik van de eigenschap dat

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}.$$

De opdrachten

(1) Neem je studentnummer (negeer de 0 aan het begin). Laten n en k het maximum en het minimum zijn van de twee getallen die je krijgt door de eerste vier en de laatste vier cijfers van dat nummer te nemen. Bereken `Binomial(n, k)`.

(2) Schrijf een recursieve functie die bovenstaande recursierelatie gebruikt om dezelfde binomiaalcoëfficiënt als in (1) uit te rekenen.

(3) Schrijf een functie die binomiaalcoëfficiënten bepaald door (als op blz 98) schijne rijen in de driehoek te bepalen.

(4) Schrijf een functie die binomiaalcoëfficiënten bepaald door horizontale rijen in de driehoek te bepalen, maar op elke rij niet meer elementen dan nodig.

(5) Schrijf een `func` om binomiaalcoëfficiënten te bepalen door de formule met faculteiten handig te gebruiken.

Het verslag

Wanneer de programmeeropdracht is voltooid leg je je bevindingen in een paar bladzijden LaTeX uit; in het bijzonder laat je weten met welk van de functies je in staat was jouw waarde van `Binomial(n, k)` te berekenen, en welke methode het snelst was.

Inleveren

Magma-programma en LaTeX-bestand dienen liefst voor 13 januari 2006 per e-mail ingeleverd te worden bij `W.Bosma@math.ru.nl`.