

boek Getallen 2009, errata (8 oktober 2011)

1 De toren van Hanoi

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
6	10	van a naar b }	van a naar b }.
8	6	en $x \notin B$ }	en $x \notin B$ }.
21	-1	zonodig	zo nodig

2 De natuurlijke getallen

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
23	-12	vermenigvuldiging	vermenigvuldiging
30	10	delen	machtsverheffen
40	3	all	alle
42	6	allen	alle
43	7	neutral	neutraal

3 Tellen

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
52	-3	zullen we	te noteren zullen we
53	-10	verzamelingen	verzameling
64	7	$f(a_b) = b$.	$f(a_b) = b$. We hebben zo een afbeelding $g: \underline{n} \rightarrow \underline{m}$, $b \mapsto a_b$.
67	13	Propositie 3.42	Propositie 3.41
69	10	graad.)	graad.
69	21	$t(x, y) = (x + 1, y + 1)$ en $u(z) = z - 1$.	$t(x, y) = (x - 1, y - 1)$ en $u(z) = z + 1$.
69	-2	$\chi_U(a) + \chi_V(a)$	$\chi_U(a) + \chi_V(a) - 2\chi_U(a)\chi_V(a)$

4 Iteratie

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
75	19	$f_n + f_{n-1}$	$f_n + f_{n+1}$
75	-5	$(b_{n+1}, a_{n+1} + b_{n+1})$	$(b_n, a_n + b_n)$
79	-6	Omdat hij	Omdat
80	-5	om wille	omwille

5 De gehele getallen

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
85	-7	equivalentierelatie	een partitie
96	1	gedefinieerd	gedefinieerd door
96	2	a^0	$a^0 = 1$
96	4	nachten	machten
99	14	alle $1 \in G$	alle $g \in G$
99	-6	$(a + b)c = ac + ba$	$(a + b)c = ac + bc$
100	2,3	ring commutatieve	commutatieve ring
100	-3	\mathbb{N}_4	\mathbb{N}_5
100	-1	\mathbb{N}_4	\mathbb{N}_5
103	3	inductieaanname	inductieaanname
107	-12	opgaven 13 en 14 en	opgaven 13 en 14
107	-4	regegens	rekenregels

6 Talstelsels

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
110	4	rest a	rest r
110	11	veelvouden met b	veelvouden van b te
111	-8	associatieve	associatieve
111	-4	is rij	is een rij
112	-6	(En	En
115	-9	alle $n \in \mathbb{N}$.	alle $n \in \mathbb{N}^*$.
115	-5	alle $n \geq N$.)	alle $n \geq N$.)
115	-4	$a \in \mathbb{N}$	$q \in \mathbb{N}$
116	1	g -tallige schrijfwijze Laat	Laat
116	9	$2 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^2$
116	11	6.1	(6.1)
117	4	6.2	(6.2)
117	2	$[\dots, a_2, a_1, a_0]$	$[\dots, a_2, a_1, a_0]_g$
117	12	6.3	(6.3)
117	19	$r_g([\dots, c_2, c_1, c_0]_g) = c_1$	$r_g([\dots, c_2, c_1, c_0]_g) = c_0$
122	-6	rechtsreeks	rechtstreeks
124	-13	in in	in
125	-19	door door	door
126	11	bepalen.	bepalen?
126	13	etc.	etc.?

7 De rationale getallen

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
129	-2	$n \in \mathbb{Z}$	$n \in \mathbb{N}$
132	7	$r^a r^b = r^a r^b$	$r^a r^b = r^{a+b}$
136	-10	$= 0$	$= 0.$
137	14	Het getal d	Het gehele getal d
138	4	$1 \mid n$	$1 \mid a$
138	-6	$yx = 1$	$yx = 1.$
139	7	$\pm 2, \pm 3$	$\pm 2, \pm 3$
143	2	$U =$	$V =$
144	-7	$r = \frac{a}{m}$ met $m \in \mathbb{N}^*$	$r = \frac{a}{b}$ met $b \in \mathbb{N}^*$
147	13	het bewijs van Stelling 7.30	Lemma 7.27
148	-1	$\langle x_1, \langle x_2, \langle x_3, \dots, x_n \rangle \rangle \rangle$	$\langle x_1, \langle x_2, \langle x_3, \dots, \langle x_n \rangle \dots \rangle \rangle \rangle$
153	-6	procédé	procedé

8 De hoofdstelling van de rekenkunde

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
163	-11	Vermenigvuldigen in \mathbb{N}	Vermenigvuldigen in \mathbb{N}^*
163	-6	$\prod_p p^{v_p(a)+v_p(b)}$	$\prod_p p^{v_p(a)+v_p(b)}$
166	10	natuurlijk	rationaal
166	-15	$v_p(s)$	$v_p(a)$
169	7	Figuur 8.2	Figuur 8.2.
173	9	$f(d_1 d_2)$	$f(d_1 d_2)$
173	10	$g\left(\frac{m}{d_2}\right)$	$g\left(\frac{n}{d_2}\right)$
173	11	$g\left(\frac{m}{d_2}\right)$	$g\left(\frac{n}{d_2}\right)$
177	-11	$(p^k - 1)p$	$(p^{k-1} - 1)p$
178	9	100	1000

9 Combinaties

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
181	13	$\#(A) \geq \#(B)$	$\#(A) \leq \#(B)$
190	12	$s_2 = a_1a_2 + a_1a_3 + a_1a_4 + a_2a_3 + a_2a_4 + a_3a_4$	$s_2 = a_1a_2 + a_1a_3 + a_1a_4 + a_2a_3 + a_2a_4 + a_3a_4$
194	1	$0 < k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$	$0 < k \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
194	4	$0 < k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$	$0 < k \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
195	2	$= \binom{2n-1}{n}$	$+ \binom{2n-1}{n}$
196	10	$0 < k < n$	$0 < k \leq n-1$
199	15	$S_m(n) = \sum_{k=0}^{n-1} n^m$	$S_m(n) = \sum_{k=0}^{n-1} k^m$
199	-9	naar n . Voor $n = 0$	naar m . Voor $m = 0$
199	-3	$n^{m+2}n^{m+2}$	n^{m+2}
199	-1	(S_{m+1})	$(S_{m+1}(n))$
200	11	$S_n(m)$	$S_m(n)$
200	-8	$\sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^m \binom{m+1}{j} n^j = \sum_{j=0}^m \binom{m+1}{j} \sum_{k=0}^{n-1} n^j$	$\sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^m \binom{m+1}{j} k^j = \sum_{j=0}^m \binom{m+1}{j} \sum_{k=0}^{n-1} k^j$
202	7	Ofwel $\Delta b_k = b_{k+1}$ en $\Sigma b_{k+1} = b_k$.	Ofwel $\Delta b_{k+1} = b_k$ en $\Sigma b_k = b_{k+1}$.
205	3	machten van	machten van n
207	-10	Stelling 9.34	Stelling 9.33
216	2	temple	Temple
217	5	met geldt	geldt

10 Permutaties

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
225	-11	zijn van	van
225	-10	de deelverzameling van	de deelverzameling A_j van
226	-14	worden..	worden.

11 Modulo rekenen

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
240	12	$= \overline{ab} \cdot \overline{ac} =$	$= \overline{ab} + \overline{ac} =$
246	5	vergelijking 11.1	vergelijking (11.1)
246	12	$\#(\mathbb{Z}_m^*)$	$\#(\mathbb{Z}_m^*)$
247	-8	de orde van een deler is	de orde een deler is
248	15	getal in \mathbb{N}^* behoeft te zijn zo dat $a^m \equiv 1$	getal k in \mathbb{N}^* behoeft te zijn zo dat $a^k \equiv 1$
250			
251	-12	$f(a_1 a_2) = f(a_1) + f(a_2)$	$f(a_1 a_2) = f(a_1) f(a_2)$
252	-10	$o(a^k) =$	$o_m(a^k) =$
253	2	gelijk aan	gelijk is aan
253	5	$o_m(a_1^l) \mid n_2$	$o_m(a_2^l) \mid n_2$
253	-15	de maximale orde modulo m .	de maximale orde modulo m zijn.
253	-2	er primitieve	er een primitieve
254	-6	$o_n(a) \mid n$	$o_n(a) \mid k$
256	2	$M = a^{\varphi(m)} N$	$M = a^{\varphi(m)} N$.

12 Kwadraatresten

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
259	-6	$k_1 + \dots + k_m$	$k_1 + \dots + k_n$
260	-5	(ii) \Leftarrow (i)	(ii) \Rightarrow (i)
260	-2	een priemgetal een	een priemgetal p een
262	6	ven	van
265			
273	-5	priemfactorontbinding	de priemfactorontbinding
277	12	modulo 19	modulo 89
275	9	getalen	getallen
281	17	$x^2 + 3y^2 = -p$	$x^2 - 3y^2 = -p$
281	18	$x^2 + 3y^2 = -2p$	$x^2 - 3y^2 = -2p$
282	-18	is een kwadraat is	is een kwadraat

13 Priemtesten en factorisatie

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
283	13	het gesteld is	het samengesteld is
284	2	$\frac{n}{d} > d$	$\frac{n}{d} < d$
284	13	n	pq
285	-15	procédé	procédé
287	7	priemgetallen heb	priemgetallen hebt
287	-1	of het	na of het
288	3,4	namelijk alle even getallen ≥ 4	bijvoorbeeld alle producten van twee oneven priemgetallen
288	-14,-13	Fermatpseudopriemgetallen	Fermatpseudo-priemgetallen
289	3	$a^{560} \equiv 1 \pmod{3}$, $a^{560} \equiv 1 \pmod{11}$ en $a^{560} \equiv 1 \pmod{17}$	$a^{561} \equiv a \pmod{3}$, $a^{561} \equiv a \pmod{11}$ en $a^{561} \equiv a \pmod{17}$
289	14	(ii) \Leftarrow (iii)	(ii) \Rightarrow (iii)
290	15,16	Fermatpseudopriemgetal	Fermatpseudo-priemgetal
290	18,19	Fermatpseudopriemgetal	Fermatpseudo-priemgetal
291	16	pseudopriemgetal	Eulerpseudopriemgetal
291	16,17	Eulerpseudopriemgetal	Eulerpseudo-priemgetal
293	-15	zonodig	zo nodig
294	10	pseudopriem-	pseudopriem-
294	-12	vermoedens	vermoeden
296	4	000000)	000000,20)
296	8	444444,150)	444444,150,20)
296	10	555555,150)	555555,150,20)
298	5	$\left(\frac{3}{F_m}\right) \pmod{F_m}$	$\left(\frac{3}{F_m}\right)$
299	16	deler k	deler k van $n - 1$
301	8	niet-triviale	niet-triviale
301	17	verloop van algoritme	verloop van het algoritme
302	7	2675634056807L	>>> p
302	8	>>> p	2637897656761L
302	11	2637897656761L	2675634056807L
302	-5	factorizeren	factoriseren
303	7	algoritme 3	algoritme 2
303	-15	3974898544078191140756483086735771L	951957024309944225340022966021L
304	8	3974898544078191140756483086735771	951957024309944225340022966021
306	15	(l, m, a)	(l, m, e)

14 Limieten

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
312	13	$x^2 + 1$ bijvoorbeeld niet	$x^2 + 1 = 0$ bijvoorbeeld niet
313	-1	tiendelige	tiendelige
314	-11	eeuwen lang	eeuwenlang
315	-11	ϵ	ϵ
316	3	wiskundige	wiskundige
320	12	$a_n \geq a_{n+1}$ (resp. $a_n \leq a_{n+1}$)	$a_{n+1} \geq a_n$ (resp. $a_{n+1} \leq a_n$)
320	16	$a_n - a > a_m - a$	$a_n - a \geq a_m - a$
320	-8	$a - a_{i(M)} \leq a - a_n \leq a - a_{i(M')}$	$a - a_{i(M')} \leq a - a_n \leq a - a_{i(M)}$
327	-11	We hebben	Omdat
		$ \frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_m} = \frac{1}{a_n a_m} a_m - a_n $. Omdat	
327	-2	$ a_m - a_n < C^2 \epsilon$.	$ a_m - a_n < C^2 \epsilon$ voor alle $m, n \geq K$.
327	17	$m, n \geq N$	$m, n \geq N$
327	17	$ b_n - b_m < \frac{\epsilon}{2C}$	$ b_n - b_m < \frac{\epsilon}{2C}$ voor alle $m, n \geq N$
327	-2	$\max(M, N)$	$\max(K, N)$
328	10	Cauchrij	Cauchrij
328	11	$ a_n - a_m < C$.	$ a_n - a_m < C$ voor alle $m, n \geq K$.
329	-1	$v(a + b)$	$v_p(a + b)$
331	18	een een	een
331	-13	$ a $	$ a _p$
331	-10	uit uit	uit
333	-16	$\mathbb{Z}_{(p)}p$	$\mathbb{Z}_{(p)}$
335	-2	<code>p_adic(-131,87,16)</code>	<code>p_adic(-131,87,17)</code>
335	-1	<code>[[11], [4,10,8,7,1,8,12]]</code>	<code>[[11], [2, 10, 8, 12]]</code>
336	3	Cauchrij	Cauchrij
338	7	$a_{2N} < a_n < a_{2N+1}$	$a_{2N} \leq a_n \leq a_{2N+1}$
338	-7	Zie opgave 15.	Zie opgave 15 van hoofdstuk 11.

15 De reële getallen

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
339	12	$\mathbb{R}^{\geq 0}$	$\mathbb{R}^{> 0}$
339	-6	constueren	construeren
341	18	$r\alpha \notin \mathbb{Q}$	$\alpha \notin \mathbb{Q}$
343	-3	$- \alpha =$	$-\alpha =$
344	16	(toegepast op $(e - a_m - a_n)$)	(toegepast op $(e - a_m - a_n)$)
346	2	$(a_n)_{n \geq 1}$	$(a_n)_{n \geq 1}$ met $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{g^k}$
346	-9	Merk op dat er	Merk op dat
347	9	<i>kleinste</i>	<i>grootste</i>
348	12	$+\alpha_k x^{n-k} + \dots + \alpha_n$	$+\alpha_k x^{m-k} + \dots + \alpha_m$
348	13	$\alpha_1, \dots, \alpha_n$	$\alpha_1, \dots, \alpha_m$
348	13	n -de-graads	m -de-graads
349	16	$\delta >$	$\delta > 0$
350	3	Zij $f(x) =$ $x_m + \alpha_1 x^{m-1} + \dots + \alpha_k x^{m-k} + \dots + \alpha_m$ waarbij $\alpha_1, \dots, \alpha_m$	Zij $f(x) =$ $x^m + \alpha_1 x^{m-1} + \dots + \alpha_k x^{m-k} + \dots + \alpha_m$ waarbij $\alpha_1, \dots, \alpha_m$
353	13	$a_1 = x_1 - x_3$	$a_1 = x_1 - x_2$
253	17	$\sqrt{(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)}$	$2\sqrt{(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)}$
355	3	$\frac{k!t!}{z^t}$	$\frac{t!}{z^t}$
355	9	<i>getallen zijn</i>	<i>getallen zijn met</i>
355	-10	$< \frac{1}{2} \gamma_n $	$< 2 \gamma_n $
357	-3	procédé	procedé
359	7	oneidige	oneindige
362	-5	1,466666...	1,416666...
362	-3	1,412857...	1,414285...
362	-2	1,412011...	1,414201...
362	-1	1,412156...	1,414215...
365	13	overaftelbare	overaftelbare
368	-11	rationale	reële
368	-2	$\frac{1}{n(n+1)}$	$\frac{1}{k(k+1)}$
369	19	laten	Laten
369	20	$U \rightarrow \mathbb{R} \ x \mapsto \frac{f(x)}{g(x)}$	$U \rightarrow \mathbb{R}, \ x \mapsto \frac{f(x)}{g(x)}$

16 De p -adische getallen

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
372	-5	$\alpha \neq 0$	$\alpha = 0$
373	14	$m, n \in \mathbb{N}$	$m, n > N$
373	-3	Cauchrij	Cauchrij
377	6	$\overline{c_n p^n}$	$\overline{c_k p^k}$
377	12	met hebben	hebben
379	11	$ \mu^{x_n} - 1 $	$ \mu^{x_n} - 1 _p$
380	2	$\mu \in \mathbb{Z}_2$	$\mu \in \mathbb{Z}_2^{(2)}$
382	13	$\bar{a} \rightarrow \omega(a)$	$\bar{a} \mapsto \omega(a)$
382	-11	$5^{2n} - 1$	$5^{2^n} - 1$
382	-10	$\omega(\bar{ab}) = \bar{a} \cdot \bar{b}$	$\omega(\bar{ab}) = \omega(\bar{a})\omega(\bar{b})$
383	-17	voor $x \in \mathbb{Z}_p$ en	voor
383	-14	\mathbb{Z}/p^{n+1}	\mathbb{Z}/p^{n+1}
383	-13	\mathbb{Z}/p^{n+1}	\mathbb{Z}/p^{n+1}
385	12	hieboven	hiervoor
387	1	$a \neq 0$. Bewijs	$a \neq 0$. Bewijs

17 De complexe getallen

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
395	-6	$\sum_{k=0}^n \frac{z^k}{k!}$	$\sum_{k=0}^n \frac{z^k}{k!}$
396	11	rij	rij (γ_n)
396	-3	$z \in S^{-1}$	$z \in S^1$
400	-12	$\phi \in \mathbb{R}$	$\phi \in \mathbb{R}$
405	3	volgt de functie	volgt dat de functie
406	14	coëfficiënten	coëfficiënten
407	7	in 1828	in 1828
408	2,3	Berlijn.,	Berlijn,
404	-11	maximaal	minimaal
409	10	eenheidswortels	eenheidswortels
409	11	homorfime	homomorfisme

18 Kwadratische getallen

blz.	regel	er staat:	moet zijn:
411	6	zijn. Bij	zijn. Bij
413	-8	heeft,	heeft en niet in K ,
413	-6	<i>elementen</i>	<i>niet-kwadragen</i>
414	2	\mathbb{K}^*	K^*
414	12	$K(\alpha)$	$K(\sqrt{a})$
415	15	positief	positief
417	2	$b, c \in \mathbb{Z}$	$b', c' \in \mathbb{Z}$
420	-15	$\sqrt{2} = \langle \bar{2} \rangle$	$\sqrt{2} + 1 = \langle \bar{2} \rangle$
424	8	a_2, \dots, a_{n-1}	a_2, \dots, a_{n-1}
426	-11	als volgt	als volgt
427	11	\mathbb{N}^*	\mathbb{N}^*
427	-2	$x^2 - dy^2 = -1$	$x^2 - 34y^2 = -1$
428	8	$p \left(\frac{q}{2} \right)^2$	$p \left(\frac{qm}{2} \right)^2$
431	5	aan kwadraat	een kwadraat
432	4	$\left(\frac{28t^2 - 14t - 20}{7t^2 + 5}, \frac{7t^2 - 40t + 15}{7t^2 + 5} \right)$	$\left(\frac{28t^2 - 42t - 20}{7t^2 + 5}, \frac{-21t^2 - 40t + 15}{7t^2 + 5} \right)$
432	5	Figuur 18.2	Figuur 18.2.
434	-18	Propositie 18.10	Propositie 18.33
434	-16	volgens (1)	volgens (i)
434	-15	Propositie 18.10	Propositie 18.33
434	-13	Propositie 18.10	Propositie 18.33
434	-3	$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$	$\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$
436	-12	\mathbb{Z}_2^*	\mathbb{Z}_2^*
437	2	nemen de als	nemen als
437	16	Propositie 18.12	Propositie 18.37
440	6	Propositie 18.10	Propositie 18.33
441	-7	teits wet	teitswet
442	17	$ t^2 - a $	$ c^2 - a $
442	-15	voor alle p .	.
443	2	betekent	betekent dat
443	-4	de vergelijking	de
443	-2	de vergelijking	de