

**Jan Bos en Erik Geleijns (red.), *Hoogtepunten uit de STCN***

**Christiaan Huygens: *Traité de la Lumière* (Leiden, Pieter van der Aa, 1690)**

**Fokko Jan Dijksterhuis en Klaas Landsman**

Christiaan Huygens (1629-1695) was al rond zijn dertigste een beroemd man onder de Europese *savants*, voornamelijk vanwege zijn ontdekking van de maan Titan en de ringen van Saturnus in 1656 (met behulp van een zelf ontworpen en gebouwde telescoop) en zijn uitvinding van het slingeruurwerk (gepubliceerd in het *Horologium* van 1658). Vervolgens schreef hij de twee meesterwerken die hem zowel vanuit het oogpunt van zijn tijdgenoten als retrospectief tot één van de belangrijkste geleerden van de 17<sup>e</sup> eeuw maakten: het *Horologium Oscillatorium* (1673) en de *Traité de la Lumière* (geschreven in 1678). Het maken van een keuze tussen deze twee boeken als op te nemen hoogtepunt van de STCN zou een lastige opgave zijn geweest, ware het niet dat het eerstgenoemde werk in Parijs is uitgegeven en dus niet in de STCN voorkomt. Alle Nederlandse vertalingen van citaten uit de *Traité* zijn van Dieuwke Eringa.

De volledige titel van de *Traité* luidt: ‘*TRAITE DE LA LUMIERE. Où sont expliquées Les causes de ce qui luy arrive Dans la REFLEXION, & dans la REFRACTION. Et particulièrement Dans l’etrange REFRACTION DU CRISTAL D’ISLANDE.*’ De auteur zette niet zijn volledige naam, maar slechts zijn initialen C.H.D.Z. (voor Christiaan Huygens de Zeelhem – de familie noemde zich ook wel Huygens van Zuilichem, beide naar een verworven landgoed) op de titelpagina. (Er bestaan overigens tenminste veertien exemplaren van de *Traité* die wel degelijk de volledige naam van de auteur dragen (“Par Monsieur Christian Huygens, Seigneur de Zeelhem”) en verder identiek zijn aan de gebruikelijke eerste druk, zodat het waarschijnlijk is dat Huygens tijdens het drukken opdracht gaf slechts zijn initialen op de titelpagina te vermelden.) Bovendien is het boek niet in het Latijn geschreven, zoals destijds gebruikelijk voor wetenschappelijke werken, maar in het Frans. Zoals Huygens in het voorwoord uitlegt was het boek oorspronkelijk bedoeld voor de ‘personnes sçavantes, qui composoient alors l’Académie Royale des Sciences, à la quelle le Roy [i.e. Louis XIV] m’avoit fait l’honneur de m’appeller’ en was hij van plan het vervolgens in het Latijn te vertalen en samen uit te geven met een verhandeling over de Dioptrica. Tot een dergelijke vertaling is het echter nooit gekomen, onder meer omdat de auteur naar eigen zeggen, ‘dikwijls werd afgeleid’, maar ongetwijfeld ook omdat het ontwerp van telescopen dat Huygens in zijn Dioptrica had beschreven inmiddels was overtroffen door Isaac Newton (1642-1727).

We zullen deze laatste naam in het vervolg nog vaker tegenkomen: Newton had een in veel opzichten met Huygens vergelijkbare wetenschappelijke belangstelling en deelde ook diens uitzonderlijke talent voor de wiskunde. Beiden kwamen in eerste instantie tot hun inzichten in de optica als gevolg van een activiteit waarmee vele grote geleerden zich destijds bezighielden, namelijk het vervaardigen van lenzen en daaruit bestaande optische instrumenten. Nederland was op dat gebied toonaangevend: de voorloper van de microscoop en de telescoop was de zogenaamde Hollandse Kijker (aan het begin van de zeventiende eeuw uitgevonden door de Middelburgse brillenmaker Hans Lippershey), de scherpste microscooplenzen kwamen van Antoni van Leeuwenhoek, en ten slotte maakte Christiaan Huygens (vaak samen met zijn broer Constantijn) veel geroemde telescooplenzen. Maar ook Newton was een eerste klas instrumentmaker, met de spiegeltelescoop als zijn belangrijkste uitvinding.

Het doel van de *Traité* wordt al op p. 2 duidelijk: ‘Want bij mijn weten heeft niemand ooit nog die eerste opmerkelijke verschijnselen van het licht op aannemelijke wijze kunnen verklaren, te weten waarom het zich alleen volgens rechte lijnen voortplant en hoe het komt dat zichtbare stralen komend uit een oneindig aantal verschillende punten elkaar kruisen zonder elkaar in één enkel opzicht te hinderen. In dit boek zal ik daarom trachten, uitgaande van de in de filosofie van deze tijd geaccepteerde principes, duidelijker en waarschijnlijker bewijsgronden te geven [dan eerder aangegeven door “degenen die als eersten een begin gemaakt hebben met het verdrijven van de vreemde duisternis waarin die dingen gehuld waren”], in de eerste plaats voor deze eigenschappen van het zich rechtstreeks voortplantende licht, en in de tweede plaats voor het feit dat het licht weerkaatst wordt wanneer het andere lichamen raakt. (...) Vervolgens zal ik de oorzaken onderzoeken van de vreemde breking bij een bepaald uit IJsland meegebracht kristal.’ Wat dit laatste betreft werden Huygens en zijn tijdgenoten voor een groot raadsel gesteld door de dubbele breking van licht door zogenaamd IJslands kristal of kalkspaat (i.e. calciumcarbonaat). Zoals veel kristallen

vertoonde dit exotische materiaal een dubbele breking: een enkele invallende lichtstraal wordt opgesplitst in twee uittredende lichtstralen. *Vreemder* was echter het gedrag van één van deze stralen: ook bij loodrechte inval verliet deze straal het kristal onder een hoek, terwijl bij sommige schuine invalshoeken de straal ongebroken doorging. Dat weersprak alle bekende wetmatigheden aangaande de lichtbreking, vandaar Huygens' terminologie van 'vreemde' breking. Huygens zag de opheldering van dit verschijnsel als de belangrijkste prestatie in zijn *Traité*, blijkens zowel de bovengenoemde volledige titel van het boek, als het feit dat het desbetreffende hoofdstuk er ruim een derde van beslaat. Met de 'in de filosofie van deze tijd geaccepteerde principes' bedoelt Huygens dat 'men de oorzaak van alle natuurlijke verschijnselen verklaart uit de mechanica. En dat moeten we naar mijn mening doen, of we moeten de hoop opgeven om ooit iets van fysica te begrijpen.' (p. 3).

We bespeuren hier de fundamentele invloed van Descartes. Deze van oorsprong Franse wiskundige had zich rond 1630 in de Lage Landen gevestigd om daar een radicaal nieuwe filosofie van de natuur uit te werken. Hij was overigens een protegé van Christiaan's vader, Constantijn, secretaris van de Oranjes en spil in de Nederlandse intellectuele wereld van die tijd. Descartes meende dat alle natuurverschijnselen terug te voeren waren op bewegingen van minuscule deeltjes. Als zestienjarige las Christiaan de *Principia Philosophiae* en raakte diep onder de indruk van de begripelijkheid van Descartes' filosofie: "Het kwam me voor, toen ik dit boek van de Beginselen de eerste keer las, dat alles zich vanzelf ontrolde, en als ik er een moeilijkheid in tegenkwam dacht ik dat het een tekortkoming van mij was dat ik zijn gedachten niet goed begreep." Hij kwam er echter al snel achter dat Descartes' verklaringen voor concrete natuurverschijnselen, zoals botsing, lichtbreking en gravitatie, hopeloos problematisch waren en probeerde gedurende zijn hele leven betere te vinden. Ook Newton onderging oorspronkelijk een zeer sterke invloed van Descartes, maar brak daar op een fundamenteelere manier mee dan Huygens. In zijn theorie van de zwaartekracht en zijn formulering van de dynamica in *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687) breidde Newton de grondslagen van de natuurfilosofie uit met het revolutionaire concept van kracht en bouwde daarmee de natuurkunde op een nieuwe manier op. Juist zijn onvermogen om verder te kijken dan de puur mechanistische botsingsfysica heeft Huygens verhinderd de grootheid van Newton als natuurkundige te bereiken, zodat het *Horologium Oscillatorium* ondanks zijn onmiskenbare genialiteit en vernieuwende karakter historisch niet meer kon zijn dan een prelude voor Newtons *Principia*.

Om de *Traité* op waarde te kunnen schatten is het nodig om iets te weten over de optica zowel vóór als na Huygens. De studie van licht viel al vanaf de Oudheid in twee delen uiteen. Allereerst was er de kwalitatieve natuurfilosofische vraag 'wat is licht?' Is licht een corpusculaire (i.e. deeltjesachtige) *substantie* die zich met zeer grote of zelfs oneindige snelheid voortplant, of juist een *accidens*, een wijziging in de toestand van een of ander mysterieus medium (provisorisch genaamd de *ether*)? Empedokles meende dat objecten deeltjes naar de ogen afschoten en pas daar de sensatie van kleur veroorzaakten, terwijl Plato dacht dat, juist omgekeerd, het oog stralen naar buiten afvuurde. Aristoteles hing, net als bij reuk en geluid, de accidenstheorie aan: licht maakt het medium transparant zodat de kwaliteiten van de dingen onze waarneming kunnen bereiken. Daarnaast bestudeerden wiskundigen vanaf Euclides het gedrag van lichtstralen op kwantitatieve, meetkundige wijze. In de elfde eeuw legde de Arabische geleerde Ibn al-Haytham een nieuw fundament onder deze 'optica', met de theorie dat we dingen zien door stralen die vanaf voorwerpen naar onze ogen weerkaatst worden,

Descartes gaf in 1637 een nieuwe wending aan de studie van het licht. In de eerste plaats gaf hij een mechanistische verklaring voor licht en zijn verschijnselen, dus in termen van deeltjes in beweging. In de tweede plaats wist hij als eerste de breking van licht exact te beschrijven door middel van de sinuswet. Deze aanpak leidde tot een paradigmawissel: dankzij Descartes werd na de hoofdvraag van de optica welke deeltjes en welke bewegingen verantwoordelijk waren voor de verschijnselen van licht. De theorieën waren talloos. Descartes hield het op een druk op de ether, anderen zoals Newton gingen uit van lichtatomen, weer anderen dachten aan vloeistofstromen. Robert Hooke stelde in *Micrographia* (1665) voor dat een lichtstraal een soort trein is met pulsen als wagons. De mogelijke combinaties van de 'sterkte' van de pulsen en hun onderlinge afstand zouden dan het optreden van de verschillende kleuren kunnen verklaren. Deze beschrijving wordt soms ten onrechte gezien als een voorloper van de golftheorie van Huygens. Inderdaad kende deze de *Micrographia*, maar uit zijn bewaarde kanttekeningen blijkt dat hij Hooke's

theorie hopeloos en onhelder vond. Zijn werkelijke inspiratiebron vormde de golftheorie van Ignaca-Gaston Pardies, een Parijse jezuïet en goede bekende van Huygens. Eerst moest Huygens echter een aantal problemen met deze theorie oplossen, en bovendien had hij, voor hij met zijn theorie naar buiten trad, klaarblijkelijk een stimulans nodig. Die kwam met het bewijs van de eindigheid van de lichtsnelheid door de Deense astronoom Ole Rømer in 1676, dat volgde uit een studie van de baan van de maan Io van Jupiter. Rømer gaf geen expliciete waarde voor de lichtsnelheid  $c$ , maar concludeerde wel dat die bijzonder groot moest zijn. Huygens zelf berekent in de *Traité* uit de waarnemingen van Rømer dat de lichtsnelheid 212.000 kilometer per seconde zou zijn; de werkelijke waarde van ongeveer 300.000 kilometer per seconde werd voor het eerst in de jaren tachtig van de negentiende eeuw vastgesteld door Albert Michelson.

De eindigheid van de lichtsnelheid lag aan de basis van de lichttheorie die Huygens in de *Traité* voorstelt, waarin uitsluitend meetkundige configuraties in ruimte en tijd een rol spelen. Volgens Huygens stoten de deeltjes aan het oppervlak van een lichtgevend voorwerp de “ethermaterie” aan, waarbij ieder hierdoor geraakt etherdeeltje de stoot op zijn beurt in alle richtingen doorgeeft. Hiermee is Huygens een verklaard aanhanger van de accidenstheorie: “licht bestaat uit een beweging van de materie welke zich bevindt tussen ons en het lichtgevend lichaam” (p. 3). Vervolgens komt hij tot het inzicht dat “als het licht nu bovendien tijd nodig heeft om zich voort te planten (...) dan zal daaruit volgen dat die beweging (...) successief is en dat hij zich bijgevolg, evenals die van het geluid, voortplant in bolvormige oppervlakken en golven”, die men kan vergelijken met “die welke men zich in het water ziet vormen wanneer men daar een steen in werpt.” (p. 4). Vanuit deze visie komt hij als vanzelf tot wat nu het *Beginsel van Huygens* (Engels: *Huygens' Principle*) wordt genoemd: ieder punt waar zich in de ether licht bevindt, wordt zelf het centrum van een golf van weer nieuwe stoten. Ten opzichte van een dergelijk centrum definieert Huygens het golffront op een gegeven tijd  $t$  na de stoot tegen het centrale punt eenvoudigweg als de vereniging van alle punten die op afstand  $ct$  van het middelpunt liggen. Op grond van dergelijke beschouwingen verklaart Huygens op een inzichtelijke manier bekende optische verschijnselen als reflectie en breking.

In homogene media is de lichtsnelheid constant, zodat het golffront dan bolvormig is, maar in sommige materialen hangt de lichtsnelheid van de voortplantingsrichting af, zodat andere meetkundige vormen van het golffront dan mogelijk zijn. Dit is met name het geval in het IJslands kristal. Huygens' verklaring van de vreemde breking is gebaseerd op het idee dat licht zich binnen het kristal op twee manieren kan voortplanten: enerzijds door de ether, die zich ook daarbinnen bevindt, en anderzijds door een combinatie van de kristaldeeltjes en de ether. De tweede soort voortplanting is gevoelig voor de anisotropie van het kristal, die tot een richtingsafhankelijke voortplantingssnelheid leidt. De lichtgolven van de tweede soort hebben daarom niet de vorm van een bol, maar van een omwentelingsellipsoïde (i.e. een soort uitgerekte bol), en daaruit kon Huygens de vreemde breking met virtuoos gebruik van meetkundige constructies zowel kwalitatief als kwantitatief begrijpen.

In *Traité de la Lumière* bouwt Huygens zijn theorie qua presentatie netjes volgens de Cartesiaanse natuurfilosofische redenering op. Hij was er echter niet al filosoferend op gekomen: de route naar het beginsel van golfvoortplanting en de verklaring van vreemde breking liep langs de wiskunde. De manuscripten die in de Leidse bibliotheek liggen laten in detail zien hoe Huygens' creatie tot stand kwam. Ergens in de zomer van 1677 werkte hij aan een tamelijk technisch vraagstuk over de lichtfiguren die een transparant voorwerp produceert, zoals de lichtende lus achter een glas water in de zon. Huygens kon niet goed begrijpen hoe deze brandlijnen te verklaren waren in termen van golven van licht. Totdat hij een ingeving kreeg. In een piepklein schetsje zien we hoe hij bedacht dat ieder punt van een golf oorsprong van nieuwe golfjes is en dat je moet kijken naar de samenkomst van al die golfjes. Nu lukte het hem wél brandlijnen te construeren met golven. Met dit nieuwe beginsel keek hij met een frisse blik naar een probleem waar hij vijf jaar eerder niet uit gekomen was: de vreemde breking in IJslands kristal. De oplossing in de vorm van elliptische golven kwam vrijwel onmiddellijk. ‘*Eureka*’ noteerde Huygens op 6 augustus 1677, zoals hij altijd deed als hij iets belangrijks had gevonden. Maar wat had hij gevonden? Op dat moment was zijn beginsel nog puur wiskunde, een manier om voortplantende golven en gebroken stralen te construeren. De hele natuurfilosofische uitleg in termen van botsinkjes in een zee van ether volgde pas twee jaar later, toen Huygens zijn theorie aan de collegae van de Académie Royale in Parijs presenteerde. En pas ruim een decennium later vond hij de tijd om zijn theorie te publiceren.

Er is iets merkwaardigs aan de hand met *Traité de la Lumière*. Huygens beschouwde zijn verklaring van vreemde breking als zijn voornaamste wapenfeit, terwijl het in zekere zin niet meer dan een ingenieuze oplossing voor een exotisch verschijnsel is. Toch was het wel degelijk een revolutionair boek. Met het beginsel van golfvoortplanting bracht Huygens voor het eerst in de geschiedenis natuurfilosofie en wiskunde van licht samen. Hij gaf een wiskundige vorm aan de aard van het licht en wist daar de wetten van de optica uit af te leiden. Bovendien brak hij, nu wel in navolging van Hooke, met het aloude adagium dat wetenschap zekere kennis nastreefde. In zijn voorwoord legde Huygens uit dat waar het gaat om de eigenschappen van onzichtbare deeltjes en hun onzichtbare bewegingen, kennis noodzakelijk hypothetisch is en op zijn best alleen via de omweg van strenge afleiding en experimentele toetsing de *waarschijnlijkheid* van dergelijke kennis te bepalen is. Ofschoon Newton een groot bewonderaar van Huygens was (hij reserveerde uitsluitend voor hem de hoogste benaming *Vir Summus*), nam hij deze kennisopvatting niet van hem over: Newton hield strikt vast aan het ideaal van zekerheid. Hij kon zijn ideeën over de aard van het licht daarom ook minder goed uiten, want dergelijke ‘speculaties’ hield hij strikt gescheiden van de theoriën die hij experimenteel kon onderbouwen. In deze zin was Newton een klassiek wijsgeer en Huygens een moderne wetenschapper. De portée van zijn opvattingen beseftte Huygens echter nauwelijks. Het revolutionaire Beginsel van Huygens, wat wij nu roemen als de grootste verdienste van de *Traité de la Lumière*, introduceerde hij bijkans terloops als een handige vondst om eigenschappen van licht mee af te leiden.

Ondanks de grote reputatie van Huygens en het ontzag voor de *Traité* geraakte het vrijwel direct in de vergetelheid. Een handvol lezers, onder wie zijn pupil Leibniz, was enthousiast maar verder werd het niet gelezen. Dat is wel enigszins te begrijpen. De kern, vreemde breking, was niet meer dan een exotische curiositeit, terwijl Huygens over kleur, een hoofdonderwerp uit de optica, niets te melden had. Bovendien had Huygens ondanks het vooropgezette doel van de *Traité* zelfs voor de rechtlijnige voortplanting van licht in de vorm van stralen geen fysische verklaring, al gaf hij er wel een fraaie wiskundige beschrijving van: een lichtstraal volgt het pad dat steeds loodrecht op de golfvronten staat. Ten slotte was en bleef hij een Cartesiaan in zijn opvattingen over de natuur, en juist hierin werd hij ingehaald en overschaduwed door Newton. Die legde zijn opvattingen over licht in 1704 neer in zijn invloedrijke meesterwerk *Opticks*.

Newton was een verstokt aanhanger van de corpusculaire theorie van licht, waarin zowel de rechtlijnige voortplanting als de mogelijke afwijkingen daarvan eenvoudig te verklaren waren uit zijn eigen bewegingswetten in *Principia*. Aldus zou licht in afwezigheid van krachten volgens de traagheidswet een eenparig rechtlijnige beweging moeten volgen, terwijl breking, spiegeling en buiging in principe konden worden beschreven door de juiste krachten tussen de obstakels en de lichtdeeltjes te postuleren. Ook geloofde Newton al lang niet meer in de ether, omdat deze in strijd met zijn eigen beschrijving van het zonnestelsel in *Principia* de planeten af zou remmen. Dergelijke overdenkingen vindt men echter niet in het hoofddeel van de *Opticks*, dat bestaat uit een serie experimenteel onderbouwde stellingen over de eigenschappen van wit en gekleurd licht. In een aparte serie ‘queries’ ging Newton in op speculaties over de aard van licht. Daarin legde hij uit dat een golftheorie als die van Huygens nooit de rechtlijnige voortplanting van licht zou kunnen verklaren omdat golven altijd doordringen in de schaduw van voorwerpen. In de ‘queries’ boog Newton zich ook over IJslands kristal. Voor de dubbele breking gaf hij een kwalitatief argument, dat ook nog eens het volgende experiment van Huygens verklaarde: de doorgelaten loodrechte straal wordt door een volgend exemplaar van het kristal wederom loodrecht doorgelaten, zonder dubbele breking, terwijl de andere straal opnieuw wordt afgebogen, eveneens zonder dubbele breking. Newton betoogde dat lichtdeeltjes behalve een kleur ook nog twee “deugden” (*virtues*) zouden hebben, die zo kunnen wisselwerken met twee overeenkomstige deugden van de atomen in het kristal, dat de ene uitgaande straal uit lichtdeeltjes met nog slechts de ene deugd, en de andere straal uit deeltjes met de andere deugd bestaat. Newtons verklaring voor de vreemde breking (die Huygens overigens ook al eens in een vroeg stadium van zijn onderzoek had geopperd), stond aantoonbaar op gespannen voet met de empirische resultaten van *Traité de la Lumière*, maar vreemde breking was, zoals gezegd, niet meer dan een curiositeit. Gedurende de achttiende eeuw heerste Newton over de optica, althans waar het de fysica van licht betrof. Wat betreft de wiskundige theorie van lenzen en telescopen was en bleef Huygens – dankzij zijn posthuum gepubliceerde dioptrica – de voornaamste autoriteit.

Maar ook op het gebied van de fysica van licht bleek de *Traité* uiteindelijk over een lange adem te beschikken, en dit verklaart mede het hoge aanzien waarin dit werk ook nu nog staat. De golftheorie van licht maakte in de 19<sup>e</sup> eeuw een spectaculaire comeback als gevolg van het werk van Thomas Young en Augustin-Jean Fresnel, die centrale begrippen uit de fysica van golven als golflengte, frequentie, en interferentie aan de theorie van Huygens toevoegden. Hierdoor viel alles op zijn plaats. Kleur correspondeert met golflengte of frequentie (deze zijn eenvoudig in elkaar om te rekenen), de rechtlijnige voortplanting van lichtstralen is het gevolg van constructieve interferentie van golven in de voortplantingsrichting (en destructieve interferentie in alle andere richtingen), en de vreemde breking door het IJslands kristal bleek een gevolg van polarisatie: licht is een zogenaamde transversale golf, waarbij de trilling loodrecht op de voortplantingsrichting staat. Dit geeft twee onafhankelijke trillingsrichtingen, die met enige goede wil doen denken aan zowel de twee onafhankelijke soorten van voortplanting van Huygens als de twee ‘deugden’ van Newton.

Binnen het kader van de klassieke natuurkunde staat de opvatting dat licht een golf is nog als een huis en wordt Huygens ook terecht als de vader van deze theorie gezien. In het bijzonder staat het Beginsel van Huygens aan de basis van vrijwel iedere berekening in de klassieke optica. Een belangrijk verschil met de *Traité* is echter de verdwijning van de mysterieuze ether uit de natuurkunde, als gevolg van het beroemde Michelson-Morley experiment in 1887 en de Speciale Relativiteitstheorie van Albert Einstein uit 1905. Hierdoor is licht in de klassieke natuurkunde niet meer een trilling van zo iets concreets als etherdeeltjes (zoals geluid dat is van luchtmoleculen), maar van een veel abstractere grootheid, genaamd het elektromagnetische veld. Een fundamentele aanslag op de golftheorie van Huygens was echter een ander artikel van dezelfde Einstein in datzelfde jaar 1905 (zijn wonderjaar), waarin hij suggereerde dat licht tóch een deeltje is, genaamd *foton*. Dit deeltje voldoet echter niet aan de bewegingswetten van Newton, i.e. aan de klassieke mechanica, maar aan die van de zogenaamde kwantummechanica. Dit voorstel leidde tot grote verwarring, die nog steeds niet helemaal uit de lucht is. Inmiddels hebben natuurkundigen zich er maar mee verzoend dat in de kwantumtheorie van de microscopische natuur niet alleen licht, maar alle vormen van materie zowel een golf- als een deeltjeskarakter hebben. Hiermee is in zekere zin een compromis bereikt tussen Huygens en Newton, waarmee de grootheid van beiden nog eens bevestigd is.

## **Bibliografie**

Christiaan Huygens, *Verhandeling over het licht*: vertaling en origineel van de “*Traité de la Lumière*” van (1690), vertaald door Dieuwke Eringa, voorzien van een artikel over leven en werk van Huygens door prof.dr. H.J.M. Bos (Epsilon Uitgaven, Utrecht, 1990).

Fokko Jan Dijksterhuis, *Lenses and Waves. Christiaan Huygens and the Mathematical Science of Optics in the Seventeenth Century* (Kluwer, Dordrecht, 2004).

Rienk Vermij, *Christiaan Huygens. De mathematisering van de werkelijkheid* (Veen Magazines, Diemen, 2004).

Joella G. Yoder, *Unrolling Time. Christiaan Huygens and the mathematization of nature* (Cambridge University Press, Cambridge, 1988).