

HERTENTAMEN
INLEIDING KANSREKENING

4 maart 2003

Schrijf boven elk vel je naam, studentnummer en studierichting (*W(iskunde) of I(nformatica)*).

1. Laten X_1 en X_2 onafhankelijke stochastische variabelen zijn, beide uniform verdeeld over $[0,1]$. We definiëren de stochasten V en W door

$$V := X_1 + X_2 \quad \text{en} \quad W := X_1 - X_2 .$$

- (a) Bepaal de verwachtingswaarden van V en W .
 - (b) Bepaal de varianties van V en W .
 - (c) Toon aan dat de covariantie van V en W gelijk is aan nul.
 - (d) Bepaal de kans $\mathbb{P}[V \leq a \text{ en } W \leq a]$ voor alle $a \in [0, 2]$.
 - (e) Zijn V en W onafhankelijk? Motiveer!
 - (f) Bepaal de kansdichtheid van W .
2. In een bestekla liggen 5 messen, 5 vorken en 5 lepels ordeloos door elkaar. Iemand graait in de la en blijkt daarna 6 stuks bestek in de hand te houden.
- (a) Bereken de kans dat dit precies twee volledige bestekken zijn. (dus 2 messen, 2 vorken en 2 lepels).
 - (b) Stel nu dat gegeven is dat er onder de 6 stuks bestek precies twee messen zijn. Wat is dan de kans dat er precies twee volledige bestekken getrokken zijn?
3. In een fabriek worden zuivere en onzuivere munten geproduceerd. De onzuivere munten leveren bij het opgooien kop in gemiddeld 55% van de gevallen. We hebben een munt afkomstig van die fabriek in ons bezit, maar we weten niet of de munt zuiver is of onzuiver. Om dit laatste vast te stellen voeren we het volgende statistische experiment uit: We gooien de munt 1000 keer op. Als we 525 of meer keer kop krijgen, dan concluderen we dat de munt onzuiver is, terwijl we besluiten dat de munt zuiver is indien dat aantal kleiner is dan 525.
- (a) Als de munt in feite zuiver is, wat is dan de kans dat we de verkeerde conclusie trekken?
 - (b) Wat zou deze kans zijn als de munt in feite onzuiver is?

Gebruik de normale benadering.