

# Seminar S1G1 “Darstellungstheorie endlicher Gruppen”

Dienstags 14-16, Raum N 0.003

## Vortrag 1, 09.04.2013

*Gruppen* [Lan02, Ch. I, 1-5]

Definition; Beispiele: abelsche Gruppen, symmetrisch Gruppe  $S_n$ , alternierende Gruppe  $A_n$ , Diedergruppen; Homomorphismen; Konjugation; Gruppenwirkungen; Untergruppen, Zentrum, Nebenklassen, Normalteiler, Faktorgruppe

## Vortrag 2, 16.04.2013

*Darstellungen* [Ser77, Ch. 1.1-1.4]

Definition, Matrizenform, Isomorphie; erste Beispiele: triviale und reguläre Darstellung, Permutationsdarstellungen, evtl. weitere Beispiele; Unterdarstellungen, Komplemente, irreduzible Darstellungen; Zerlegbarkeit in irreduzible Darstellungen

## Vortrag 3, 23.04.2013

*Konstruktion neuer Darstellungen* [Ser77, Ch. 1.5-1.6]

Summe, Tensorprodukt, symmetrische und alternierende Potenzen von Darstellungen (weitere Referenzen: [Lan02, Ch. XVI 1-2, Ch. XIX 1], [Fis10, 6.3])

## Vortrag 4, 30.04.2013

*Charaktere* [Ser77, Ch. 2.1-2.3]

Definition von Charakteren; Eigenschaften; Verhalten unter Summen, Tensorprodukten, symmetrischen und alternierenden Potenzen; Übungen 2.2 und 2.3 in [Ser77]; Schurs Lemma; Orthogonalität

## Vortrag 5, 07.05.2013

*Kanonische Zerlegung* [Ser77, Ch. 2.4-2.7]

Zerlegung der regulären Darstellung, Kanonische Zerlegung einer Darstellung; Anzahl der irreduziblen Darstellungen; Beispiel  $S_3$ , kanonische und explizite Zerlegung

## Vortrag 6, 28.05.2013

*Untergruppen, Produkte und induzierte Darstellungen* [Ser77, Ch. 3]

Abelsche Untergruppen; Darstellungen von Produkten; Definition einer induzierten Darstellung, Beispiele, Existenz und Eindeutigkeit

## Vortrag 7, 04.06.2013

*Beispiele I* [Ser77, Ch. 5.1, 5.3, 5.4]

Zyklische Gruppen, Diedergruppen  $D_n$  und  $D_{nh}$

## Vortrag 8, 11.06.2013

*Beispiele II* [Ser77, Ch. 5.7-5.9]

Alternierende Gruppe  $A_4$ ; symmetrische Gruppe  $S_4$ ; Beschreibung der Konjugationsklassen in  $S_n$  [Jac85, 1.6 und 1.12]; Symmetriegruppe des Würfels

## Vortrag 9, 18.06.2013

*Die Gruppenalgebra* [Ser77, Ch. 6]

Zerlegung von  $\mathbb{C}[G]$  als Produkt von Matrixalgebren; Zentrum; Ganzheit von Charakteren; Anwendungen

## Vortrag 10, 25.06.2013

*Darstellungen von  $S_n$ , Teil I* [FH91, Part I 3.2, 4.1]

Alternierende Potenzen der Standarddarstellung; Young-Tableaus, Beschreibung der irreduziblen Darstellungen

## Vortrag 11, 02.07.2013

*Darstellungen von  $S_n$ , Teil II* [FH91, Part I 4.1, 4.2]

Beispiele  $n = 4, 5$ ; Beweis der Klassifikation irreduzibler Darstellungen

## Vortrag 12, 09.07.2013

*Darstellungen von  $S_n$ , Teil III* [FH91, Part I 4.3]

Beweis der Frobeniusformel

## Literatur

- [FH91] W. Fulton and J. Harris, *Representation theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 129, Springer-Verlag, New York, 1991. A first course, Readings in Mathematics.
- [Fis10] G. Fischer, *Lineare Algebra. Eine Einführung für Studienanfänger. 17., aktualisierte Auflage*, Vieweg Studium: Grundkurs Mathematik. Wiesbaden: Vieweg. xxii, 384 S., 2010.
- [Jac85] N. Jacobson, *Basic algebra. I*, Second, W. H. Freeman and Company, New York, 1985.
- [Lan02] S. Lang, *Algebra*, third, Graduate Texts in Mathematics, vol. 211, Springer-Verlag, New York, 2002.
- [Ser77] J.-P. Serre, *Linear representations of finite groups*, Springer-Verlag, New York, 1977. Translated from the second French edition by Leonard L. Scott, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 42.

## Hinweise zum Seminarablauf

Gemäß des Bachelor-Modulhandbuchs ist das Lernziel dieses Seminars die „Fähigkeit zur selbständigen Erarbeitung eines mathematischen Textes, dessen didaktische Aufarbeitung und die Präsentation in freiem Vortrag“. Als Anleitung zur Vorbereitung des Vortrags empfehlen wir den Essay „*Wie halte ich einen Seminarvortrag?*“ von Manfred Lehn (<http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/seminarvortrag>) und die Anmerkungen zur Vorbereitung von Seminarvorträgen von Arthur Bartels (<http://wwwmath.uni-muenster.de/u/bartelsa/teaching/vortraege.pdf>).

Der Seminarvortrag ist automatisch die Modulprüfung und wird daher nach dem üblichen Notenschema bewertet. Weiter verlangen wir die „regelmäßige und aktive Teilnahme“ und eine schriftliche Ausarbeitung (Handout). Wenn Sie an einem Seminartermin aus wichtigem Grund verhindert sind, melden Sie sich bitte vorher beim Assistenten ab.

**Vor den Seminartreffen:** Inhaltliche Fragen zur Vorbereitung des Vortrags sollten Sie mit dem Assistenten besprechen. Die Sprechstunde von Herrn Sagave ist montags von 14 bis 15 Uhr und nach Vereinbarung. Es gibt ein verpflichtendes Vorbereitungstreffen, das mindestens eine Woche vor Ihrem Seminarvortrag stattfinden muss. Zu diesem Treffen bringen Sie eine ausführliche (hand-)schriftliche Ausarbeitung des Vortrags und das Handout mit. Zum Zeitpunkt dieses Treffens sollten Sie sich das Material weitgehend erarbeitet haben und den Vortrag im Wesentlichen ausgearbeitet haben.

Das **Handout** ist eine Zusammenfassung des Inhalts des jeweiligen Vortrags. Es soll 2 Seiten umfassen und die wichtigsten Begriffe, Resultate und Zusammenhänge in übersichtlicher und verständlicher Form darstellen. Das Handout wird von uns vervielfältigt und an die anderen Seminarteilnehmer verteilt. Die endgültige Fassung des Handouts muss am jeweiligen Montag vor dem Vortrag um 8:00 Uhr als PDF-File per Email bei einem der Veranstalter eingegangen sein. Das Handout fließt in die Bewertung des Seminars ein, allerdings weniger stark als der Vortrag.

**Während der Seminartreffen:** Vor jedem Vortrag gibt ein anderer Seminarteilnehmer eine etwa 5-minütige **Wiederholung**, in der an die wichtigsten Begriffe, Resultate und Zusammenhänge des vorigen Vortrags erinnert wird. Wenn es keinen Freiwilligen für die Wiederholung gibt, so bestimmen die Dozenten einen Seminarteilnehmer. Unmittelbar anschließend folgt der 75-minütige **Vortrag**. Es wird häufig vorkommen, dass ein Vortrag durch Fragen unterbrochen wird. Es ist dann Aufgabe des Vortragenden, selbständig zu entscheiden, welche Teile des Vortrags verkürzt oder weggelassen werden, um den Vortrag noch rechtzeitig abzuschließen. Ein deutliches Überziehen wirkt sich negativ auf die Bewertung aus. Nach dem Vortrag folgt eine etwa 10-minütige **Diskussion**, die damit beginnt, dass die anderen Seminarteilnehmer den Vortrag kommentieren und aus ihrer Sicht Stärken und Schwächen nennen. Dann ist Zeit für Fragen und weitere Diskussion. Für die **Bewertung** des Vortrags sind das Verständnis des Stoffes und die Qualität der Präsentation ausschlaggebend. Für den ersten Punkt zählen Fragen wie: Wie gut hat der Vortragende das Material verstanden? Wie gut kann er Fragen beantworten? Beim zweiten Punkt sind z.B. relevant: Sind Aufbau, Darstellung und Tafelbild klar? Werden die 'richtigen' Dinge gesagt bzw. weggelassen? Werden mögliche Missverständnisse vorbeugend geklärt? Sind die Beispiele und Analogien hilfreich für das Verständnis?