

Seminar “Grundkonzepte der Spieltheorie”

Montags 14–16, Raum G.16.09

In diesem Seminar sollen einige grundlegende Begriffe und Resultate der kooperativen und nicht-kooperativen Spieltheorie erarbeitet werden. Dabei soll es vor allem darum gehen, wie man in verschiedenen Situationen strategisches Verhalten mathematisch modellieren kann und wie man mit Hilfe dieser Modelle bevorzugte Lösungen für Entscheidungs- oder Verteilungsprobleme finden kann.

Das Seminar richtet sich an Studierende der Mathematik-Studiengänge im 3. bis 5. Semester. Der Schwerpunkt des Seminars liegt deswegen nicht auf den Anwendungen der Spieltheorie in den Wirtschaftswissenschaften, sondern auf mathematischen Aspekten wie der axiomatischen Charakterisierung von Lösungskonzepten. Als vorrangige Quelle für das Seminar soll das Buch *Game Theory* von Hans Peters [Pet08] dienen, das als Ebook von der Universitätsbibliothek der Bergischen Universität Wuppertal angeschafft wurde und deswegen in elektronischer Form innerhalb des Universitätsnetzes unter der URL <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-69291-1> verfügbar sein sollte¹. Es gibt zahlreiche weitere Lehrbücher zur Spieltheorie, von denen viele sich vornehmlich an Studierende der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften richten. Von den in der Universitätsbibliothek als Ebook verfügbaren Büchern ist zum Beispiel die *Einführung in die Spieltheorie* von Holler und Illing [HI06] eine gute Quelle für viele zusätzliche Beispiele zu den Themen dieses Seminars.

Die Vorbesprechung mit der Vergabe der Vortragsthemen findet in der ersten Seminarsitzung am 13.10.2014 statt. Wenn Sie sich schon vor der Vorbesprechung für das Seminar anmelden wollen, schreiben Sie mir bitte eine Email (sagave@math.uni-wuppertal.de).

Vortragsliste

Vortrag 1, 27.10.2014

Matrix-Spiele und der Minimax-Satz ([Pet08, §1.3.1, §2.1, §12.1])

Erklären Sie, wie man (endliche Zwei-Personen-) Nullsummenspiele durch *Matrixspiele* modellieren kann, diskutieren Sie Beispiele und formulieren und beweisen Sie den sogenannten “Minimax”-Satz.

Vortrag 2, 03.11.2014

Bimatrix-Spiele und Nash-Gleichgewichte ([Pet08, §1.3.2, §3.1–§3.2.2])

Erklären Sie, wie man Entscheidungssituationen wie das “Gefangenen-Dilemma” oder den “Kampf der Geschlechter” durch *Bimatrix-Spiele* modellieren kann. Definieren Sie *Nash-Gleichgewichte* und zeigen Sie, wie man solche Gleichgewichte für 2×2 -Bimatrix-Spiele finden kann.

Vortrag 3, 10.11.2014

Existenz von Nash-Gleichgewichten ([Pet08, §13.1, §22.5])

Zeigen Sie, wie man die Existenz von Nash-Gleichgewichten auf die Existenz von Fixpunkten für geeignete Funktionen oder Korrespondenzen zurückführen kann.

(Hinweis: Dieser Vortrag ist deutlich anspruchsvoller als die übrigen Vorträge dieses Seminars.)

¹Bei Aufruf innerhalb des Universitätsnetzes kann man über diesen Link offenbar auch eine verbilligte gedruckte Version des Buchs beziehen.

Vortrag 4, 17.11.2014

Kooperative Spiele: Definition, Beispiele und der Kern ([Pet08, §1.3.4, §9.1–§9.2, §16.1])
Definieren Sie *kooperative Spiele mit transferierbarem Nutzen*, diskutieren Sie Beispiele, und führen Sie den *Kern* eines solchen Spiels ein.

Vortrag 5, 24.11.2014

Der starke Kern und einfache Spiele ([Pet08, §16.1–§16.3])
Führen Sie den *starken Kern* eines kooperativen Spiels ein, diskutieren Sie Beispiele, und vergleichen Sie den Kern und den starken Kern im Fall einfacher Spiele.

Vortrag 6, 01.12.2014

Der Shapley-Wert eines kooperativen Spiels ([Pet08, §9.3, §17.1])
Definieren Sie den *Shapley-Wert* eines kooperativen Spiels, diskutieren Sie Beispiele, und zeigen Sie, dass der Shapley-Wert das *Effizienz-Axiom*, die *Nullspieler-Eigenschaft*, das *Symmetrie-Axiom* und das *Additivitäts-Axiom* erfüllt.

Vortrag 7, 08.12.2014

Axiomatische Charakterisierungen des Shapley-Werts ([Pet08, §9.3, §17.1])
Zeigen Sie, dass die im vorigen Vortrag eingeführten Axiome den Shapley-Wert eindeutig festlegen.

Vortrag 8, 15.12.2014

Alternative Charakterisierungen des Shapley-Werts ([Pet08, §17.2])
Zeigen Sie, dass der Shapley-Wert das *Monotonie-Axiom* erfüllt und erklären Sie die axiomatische Charakterisierung mit Hilfe dieses Axioms.

Vortrag 9, 05.01.2015

Der Nucleolus eines kooperativen Spiels ([Pet08, §9.4, §19.1 – §19.3])
Definieren Sie den *Nucleolus* eines kooperativen Spiels, diskutieren Sie Beispiele, und zeigen Sie, dass der Nucleolus unter geeigneten Voraussetzungen aus genau einem Punkt besteht.

Vortrag 10, 07.01.2015

Zuordnungsspiele ([Pet08, §20.1])
Führen Sie *Zuordnungsspiele* und *Permutationsspiele* ein und zeigen Sie, dass diese Spiele immer *total balanciert* sind. **Dieser Vortrag findet ausnahmsweise an einem Mittwoch um 16:15 im Seminarraum G.15.25 statt.**

Vortrag 11, 12.01.2015

Abstimmungsspiele und der Banzhaf-Index ([Pet08, §20.3])
Definieren Sie *Abstimmungsspiele*, diskutieren Sie Beispiele, führen Sie den *Banzhaf-Index* ein und erklären Sie seine axiomatische Beschreibung.

Vortrag 12, 19.01.2015

Verhandlungsspiele und die Nash-Lösung ([Pet08, §1.3.5, §10.1.1, §21.1])
Definieren Sie (Zwei-Personen-) *Verhandlungsspiele*, diskutieren Sie Beispiele und geben Sie die axiomatische Beschreibung der *Nash-Lösung*.

Vortrag 13, 26.01.2015

Verhandlungsspiele und die Raiffa-Kalai-Smorodinsky-Lösung ([Pet08, §21.2])
Diskutieren Sie die *Raiffa-Kalai-Smorodinsky-Lösung* für Verhandlungsspiele.

Vortrag 14, 02.02.2015

Die egalitäre Lösung von Verhandlungsspielen ([Pet08, §21.3])

Diskutieren Sie die egalitäre Lösung von Verhandlungsspielen.

Literatur

[Pet08] H. Peters, *Game theory*, Springer-Verlag, Berlin, 2008. DOI:10.1007/978-3-540-69291-1.

[HI06] M. Holler and G. Illing, *Einführung in die Spieltheorie*, Springer-Verlag, Berlin, 2006.
DOI:10.1007/3-540-29948-3.